Universidade Federal de Sergipe
Departamento de Física
Centro de Ciência Exatas e Tecnologia

Apostila de

LABORATÓRIO DE FÍSICA A

ELABORADA PELOS PROFESSORES:

ANA FIGUEIREDO MAIA

MÁRIO ERNESTO GIROLDO VALERIO

ZÉLIA SOARES MACEDO

2008

SUMÁRIO

1. Informações Gerais sobre o Curso 5
   1.1. O Relatório 5
   1.2. Programação do Curso 7
   1.3. Notas e Avaliações 8
2. Avaliação de Incertezas 10
   2.1. Incerteza X Erro 10
   2.2. Erro relativo 11
   2.3. Tipos de incertezas 12
   2.4. Avaliação da Incerteza de Tipo A (σ_A) 13
   2.5. Avaliação da Incerteza de Tipo B (σ_B) 14
   2.6. Incerteza Instrumental 14
   2.7. Incerteza Combinada 16
   2.8. Propagação de Incertezas 16
   2.9. Incerteza Expandida 19
   2.10. Algarismos significativos 20
   2.11. Exemplo de Estimativa de Incerteza 22
   2.12. Exercícios 24
3. Gráficos 25
   3.1. Regras Básicas para Construção de Gráficos 25
   3.2. Determinação Gráfica dos Parâmetros de uma Reta 31
   3.3. Determinação Gráfica da Incerteza dos Parâmetros de uma Reta 33
   3.4. Exercício proposto 37
4. Paquímetro e Micrômetro 38
   4.1. Introdução 38
   4.1.1. O paquímetro 38
   4.1.2. O nônio 39
   4.1.3. O Micrômetro 43
   4.2. Objetivos 45
   4.3. Materiais e Métodos 45
   4.4. Tabela de Dados 46
   4.5. Discussão 47
5. Lei de Hooke 48
   5.1. Introdução 48
   5.2. Objetivos 49
   5.3. Materiais e Métodos 49
   5.4. Tabela de Dados 51
   5.5. Discussão 52
6. Atrito Estático 53
   6.1. Introdução 53

6.2. Objetivos 54
6.3. Materiais e Métodos 54
1ª Parte: Plano Horizontal 55
2ª Parte: Plano Inclinado 55
6.4. Tabela de Dados 56
6.5. Discussão 57
1ª Parte: Plano Horizontal 57
2ª Parte: Plano Inclinado 57
7. Movimento Parabólico 58
7.1. Introdução 58
7.2. Objetivos 60
7.3. Materiais e Métodos 60
7.4. Tabela de Dados 63
7.5. Discussão 64
8. Segunda Lei de Newton 65
8.1. Introdução 65
8.2. Objetivos 66
8.3. Materiais e Métodos 66
8.4. Tabela de Dados 68
8.5. Discussão 69
9. Colisões 70
9.1. Introdução 70
9.2. Objetivos 72
9.3. Materiais e Métodos 72
9.4. Tabela de Dados 74
9.5. Discussão 75
10. Pêndulo Simples 76
10.1. Introdução 76
10.2. Objetivos 78
10.3. Materiais e Métodos 78
10.4. Tabela de Dados 80
10.5. Discussão 81
11. Pêndulo de Torção 82
11.1. Introdução 82
11.2. Objetivos 83
11.3. Materiais e Métodos 83
1ª Parte: Determinação do coeficiente de torção ($\boldsymbol{k}$) 84
2ª Parte: Dependência de $\boldsymbol{T}$ com $\boldsymbol{I}$ 84
11.4. Tabela de Dados 85
11.5. Discussão 86
1ª. parte: Determinação de k 86

2ª. parte: Dependência de T com I 86
12. Capacidade Térmica e Calor Específico 88
12.1. Introdução 88
12.2. Objetivos 88
12.3. Materiais e Métodos 88
1ª Parte: Determinação da capacidade térmica do calorímetro 89
2ª Parte: Determinação do calor específico de uma liga metálica 89
12.4. Tabela de Dados 90
12.5. Discussão 91
1ª Parte: Determinação da capacidade térmica do calorímetro 91
2ª Parte: Determinação do calor específico de uma liga metálica 91
13. Queda Livre 93
13.1. Introdução 93
13.2. Objetivos 94
13.3. Materiais e Métodos 94
13.4. Tabela de Dados 96
13.5. Discussão 97

1. Informações Gerais sobre o Curso

As disciplinas de laboratório consistem em diversos experimentos com os quais se espera poder desenvolver no aluno o comportamento crítico diante dos fenômenos físicos. Os trabalhos de laboratório têm a finalidade de ilustrar os assuntos abordados no curso teórico e também de ensinar os rudimentos da técnica de observação dos fenômenos físicos, ou seja, como efetuar medidas, analisá-las e como apresentar os resultados obtidos.

As aulas têm duração de 2 horas, sendo ministradas semanalmente. Cada turma será dividida em até 4 grupos para a realização das atividades no laboratório. Para a realização das experiências de cada aula, o aluno deverá ter em mãos esta apostila. A discussão com o professor e colegas é muito importante para esclarecer e completar as informações da apostila. É importante também que o aluno venha para a aula já sabendo qual a experiência que irá realizar e quais os seus fundamentos teóricos.

O beneficio que os trabalhos práticos podem proporcionar ao o aluno dependem em grande parte de seu interesse e de seu desempenho. O aluno deve aprender a prestar atenção no equipamento experimental disponível, procurando entender como funciona, quais suas limitações, suas imperfeições e como isso tudo influi no modelo físico que se quer testar. Antes de começar um experimento, a equipe precisa discutir como ele deverá ser feito.

A presença nas aulas é obrigatória. A ausência na aula implica em nota zero no relatório referente à experiência. Solicita-se aos alunos que respeitem rigorosamente o horário de início das aulas de laboratório. O atraso máximo permitido é de 15min, após os quais o aluno não mais terá acesso à aula.

1.1. O Relatório

As características fundamentais de um Relatório são a objetividade e a clareza. Ele deve ser escrito de forma que outra pessoa, apoiando-se nele, possa repetir o experimento sem necessitar que o autor do texto esteja presente para decifrá-lo.

O Relatório deve respeitar sempre certos aspectos e normas indispensáveis para que o leitor possa entender imediatamente os pontos essenciais do trabalho feito na sala de aula. Sem ser prolixo, ele deve conter o maior número possível de informações sobre o que foi feito, como foi feito e os resultados alcançados. Apresentaremos a seguir uma sugestão de organização para o relatório.

Um relatório contém basicamente as seguintes partes:

1.Identificação: que deve consistir em uma capa com a indicação clara do título do trabalho, os nomes dos componentes do grupo, a turma de laboratório e a data da realização da experiência.

2.Introdução: Deve-se expor nesta parte o contexto do trabalho, a importância do tema, um pequeno histórico (se for o caso), a teoria envolvida e as correlações com outros assuntos. É importante que a introdução do relatório não seja cópia da Introdução da apostila. Pesquise outras fontes!

3. Objetivos: Nesta parte deve-se apresentar, de forma bem sucinta, os objetivos do trabalho;

4. Materiais e Métodos: Esta parte é dedicada à apresentação dos materiais e equipamentos utilizados, uma descrição do arranjo experimental montado e uma explicação minuciosa do procedimento experimental adotado. É aconselhável mostrar um esboço do aparato utilizado, para facilitar a compreensão do leitor.

6. Resultados e Discussão: Nesta parte é apresentada, primeiramente, uma tabela com os dados obtidos. Em seguida, vêm os cálculos, gráficos e discussões. É importante salientar que é obrigatória a apresentação das equações utilizadas, de forma que todos os valores apresentados possam ser recalculados pelo leitor. Não serão considerados resultados apresentados sem a devida explicação.

7.Conclusões: Esta parte é dedicada à apresentação sucinta dos principais resultados e das conclusões obtidas no trabalho.

8. Bibliografia: Todo relatório deve conter uma bibliografia, onde são listadas todas as referências consultadas. É importante que a lista de referência tenha uma formatação uniforme e que sejam apresentadas as seguintes informações essenciais:

1. Para livros: Autor(es), título, edição, editora, local onde foi editado, ano.

Exemplo:
Helene, O.A.M. e Vanin, V.R., "Tratamento Estatístico de dados", 2a. edição, Edgard Blucher, São Paulo (1981).

2. Para artigos de revistas: Nome(s) do(s) autor(es), título (optativo), título da revista, volume, número, página e ano de publicação.
Exemplo:
A.A. Gusev, T. Kohno, W. N. Spjeldvik, I. M. Martin, G. I. Pugacheva, A. Turtelli, Dynamics of the low altitude secondary proton radiation belt, "Advances in Space Research", Vol.21, N.12, pp. 1805-1808 (1998).

3. Para texto de internet: Nome(s) do(s) autor(es), título, endereço eletrônico que está disponível, data de acesso.
Exemplo:
Blackwell, Bases de dados. Disponível em: <http://www.periodicos.capes.gov.br/>, acesso em 22/03/2004.

Para outros tipos de referências, consulte a norma NBR 10520, da ABNT (ABNT, Informação e documentação - Apresentação de citações em documentos, NBR 10520, 2001).

O relatório deve ser realizado pelo grupo que realizou a experiência. É importante frisar que todos os alunos devem participar da elaboração do relatório e que as análises e conclusões apresentadas devem ser discutidas em conjunto. Além disso, todas as partes do relatório, inclusive a Introdução, devem ser redigidas com palavras próprias dos alunos. Não será tolerado nenhum tipo de desonestidade nos relatórios, como cópia total ou parcial de texto de livros, apostilas ou mesmo de relatórios de outros grupos, que, quando identificado, implicará na anulação da nota referente ao relatório.

1.2. Programação do Curso

A lista de experiências e aulas teóricas está apresentada a seguir, na Tabela 1.1. Além das aulas apresentadas nesta tabela, haverá duas avaliações e uma aula de dúvidas. O calendário exato das experiências e avaliações deve

ser solicitado ao professor, que também deverá informá-lo sobre qualquer alteração nas experiências. A ordem que cada turma realizará as experiências dependerá da sala que ela está alocada e da disponibilidade de montagens.

A experiência substitutiva poderá ser realizada pelos alunos que faltarem alguma das experiências. Entretanto, só haverá uma substitutiva, que poderá repor apenas uma das notas de relatório.

Os relatórios precisam ser entregues impreterivelmente na aula subseqüente. No caso do relatório da última experiência, os alunos deverão entregá-lo no horário correspondente à aula, na semana seguinte ao experimento. Em caso de atraso vale a seguinte regra: "Perda de 1 ponto por dia de atraso".

1.3. Notas e Avaliações

A média final do curso será calculada da seguinte forma:

$N_1 =$ Média das notas de todos os relatórios e listas de exercício

$N_2 =$ Média das duas avaliações

$$M = \frac{N_1 + N_2}{2}$$

Será considerado Aprovado o aluno que tiver $M \geq 5$

Será considerado Reprovado o aluno que tiver $M < 5$

A cada relatório e lista de exercício, quando houver, será atribuída uma nota de zero a dez. Durante o curso, o aluno deverá realizar cerca de 10 relatórios/lista de exercícios para compor a N_1.

As avaliações serão realizadas em uma das aulas e os alunos terão 2 horas para responder as questões. Todas as questões abordarão assuntos discutidos em sala de aula, durante a realização das experiências, ou na elaboração dos relatórios. As avaliações serão individuais e os alunos deverão trazer uma calculadora e um par de esquadros.

Tabela 1.1. Programa geral da disciplina Laboratório de Física A.

Nº da Aula	Conteúdo
1	*Informações gerais sobre o curso e aula sobre Estimativa de Incertezas*
2	*Aula sobre Elaboração de Gráficos*
3	Experiência 1 *Medidas: Paquímetro e Micrômetro*
4	Experiência 2 *Lei de Hooke*
5	Experiência 3 *Força de Atrito*
6	Experiência 4 *Movimento Parabólico* ou *Segunda Lei de Newton*
7	Experiência 5 *Movimento Parabólico* ou *Segunda Lei de Newton*
8	Experiência 6 *Colisões* ou *Pêndulo Simples*
9	Experiência 7 *Colisões* ou *Pêndulo Simples*
10	Experiência 8 *Pêndulo de torção* ou *Capacidade Calorífica e Calor Específico*
11	Experiência 9 *Pêndulo de torção* ou *Capacidade Calorífica e Calor Específico*
12	Experiência 10 – Substitutiva *Queda Livre*

2. Avaliação de Incertezas

Os conceitos que estudaremos aqui são de fundamental importância para o trabalho dentro de qualquer laboratório e serão utilizados durante todo o curso.

2.1. Incerteza X Erro

O conceito de incerteza como um atributo quantificável é relativamente novo na história da medição, embora erro e análise de erro tenham sido, há muito, uma prática da ciência da medição ou metrologia. Atualmente reconhece-se que, mesmo quando todos os componentes de erro tenham sido avaliados e as correções adequadas tenham sido aplicadas, ainda assim permanece uma incerteza sobre o quão correto é o resultado declarado, isto é, quanto o resultado da medição representa o valor verdadeiro da grandeza medida.

É muito importante distinguir o termo "incerteza de medição" do termo "erro" (em um resultado de medição):

A **incerteza** do resultado de uma medição reflete a falta de conhecimento exato do valor do mensurando. A palavra "incerteza" significa dúvida, e assim, no sentido mais amplo, "incerteza de medição" significa dúvida acerca da validade do resultado de uma medição. A incerteza só pode ser obtida e interpretada em termos probabilísticos.

O **erro** é um conceito idealizado sendo o resultado da medição menos o valor verdadeiro convencional do mensurando. Uma vez que o valor o valor verdadeiro é, na grande maioria das vezes, uma quantidade desconhecida, o erro também é uma quantidade indeterminada, por natureza. Há, entretanto, situações onde o valor real do mensurando é conhecido, e, portanto, é possível conhecer o valor do erro. Este é o caso de muitas das experiências didáticas, que são realizadas no intuito de verificar valores já conhecidos.

Os **erros experimentais** podem ser classificados em dois grandes grupos: **erros aleatórios** e **erros sistemáticos**.

Os **erros aleatórios** são flutuações, para cima ou para baixo, que fazem com que aproximadamente a metade das medidas realizadas de uma mesma grandeza numa mesma situação experimental esteja desviada para mais, e a outra metade esteja desviada para menos. Os **erros aleatórios** afetam a **precisão** da medida (ver Figura 2.1). **Erros aleatórios** podem ser tratados quantitativamente através de métodos estatísticos, de maneira que seus efeitos na grandeza física medida podem ser, em geral, determinados.

Os **erros sistemáticos** são causados por fontes identificáveis, e, em princípio, podem ser eliminados ou compensados. **Erros sistemáticos** fazem com que as medidas feitas estejam sempre acima ou sempre abaixo do valor real, prejudicando a **exatidão (ou acurácia)** da medida (ver Figura 2.1). Uma das principais tarefas do idealizador ou realizador de medidas é **identificar e eliminar o maior número possível de fontes de erro sistemático**.

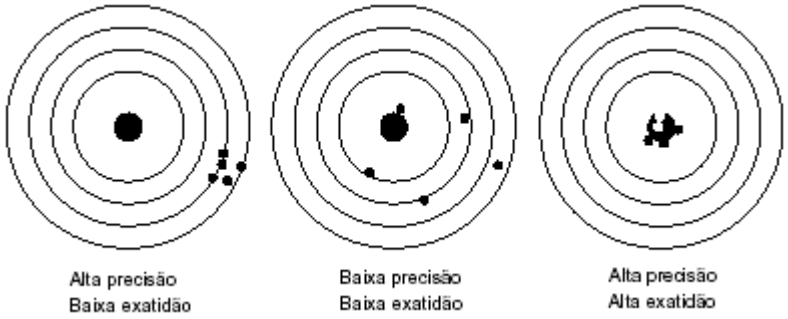


Figura 2.1. Esquema ilustrativo sobre precisão e exatidão em medidas.

2.2. Erro relativo

A magnitude do erro ou da incerteza, por si só, não é uma quantidade muito informativa. A sua importância revela-se em comparação com o valor medido. Para ilustrar a afirmação, consideremos a medição de duas distâncias, a largura de uma página A4 e o raio equatorial da Terra. Uma medição da largura de uma página A4 produziu o resultado de 209 mm. Sabendo-se que o valor verdadeiro é 210 mm, o erro cometido foi, em módulo, 1mm. Uma determinação do raio equatorial da Terra determinou-o como valendo 6375 km. Sendo o valor verdadeiro desta quantidade 6371 km, concluímos que o erro cometido é agora de 4 km, ou seja, 4.10^6 mm. O erro da primeira medição é

muito menor que o da segunda, mas a verdade é que quatro quilômetros de erro na medição do raio da Terra tem uma importância relativa muito menor que o erro de um milímetro na medição da largura da página A4. Outro exemplo: se afirmar que ontem tive dois convidados para jantar em casa, quando de fato foram três, cometo um erro grosseiro, mas se disser que cinqüenta mil espectadores assistiram a um jogo de futebol quando, na verdade, apenas quarenta e nove mil o presenciaram, o erro não terá sido grosseiro, apesar de ser superior ao cometido na contagem dos convidados.

Para melhor avaliar o valor relativo do erro, introduz-se uma quantidade chamada erro relativo, que é a razão entre o erro e o valor verdadeiro da quantidade medida. Para distinguir bem o erro relativo, chama-se erro absoluto a diferença entre o valor medido e o valor verdadeiro. Se x_v for o valor verdadeiro da quantidade a medir e o resultado da medição for x, então:

Erro ou erro absoluto: $$E = x - x_v \tag{2.1}$$

Erro relativo, expresso em porcentagem: $$e = \frac{x - x_v}{x_v}.100\% \tag{2.2}$$

2.3. Tipos de incertezas

A incerteza da medição é um parâmetro que caracteriza a dispersão dos valores que podem ser razoavelmente atribuídos ao mensurando. Existem muitas fontes possíveis de incertezas em uma medição, entre elas: a definição incompleta do mensurando; a realização imperfeita da definição do mensurando; uma amostragem não-representativa; o conhecimento inadequado dos efeitos das condições ambientais sobre a medição ou medição imperfeita das condições ambientais; o erro de tendência pessoal na leitura de instrumentos analógicos; a resolução finita do instrumento; os valores inexatos dos padrões de medição; os valores inexatos de constante; as aproximações e suposições incorporadas ao método e procedimento de medição; as variações nas observações repetidas do mensurando sob condições aparentemente idênticas.

Os componentes da incerteza de medição estão agrupados em duas categorias em função do tipo de avaliação: incerteza de tipo A e incertezas de

tipo B. As incertezas de tipo A são aquelas estimadas por métodos estatísticos, enquanto que as de tipo B são estimadas por outros métodos. Estas categorias se aplicam as incertezas e não são substitutas para os termos “aleatório” e “sistemático”, anteriormente utilizados.

Assim como no caso do erro, é mais fácil entender a dimensão da incerteza quando expressa em termos relativos.

2.4. Avaliação da Incerteza de Tipo A (σ_A)

Para avaliação da incerteza de tipo A é preciso empregar conceitos estatísticos. Os conceitos mais importantes para avaliação da incerteza de tipo A estão definidos a seguir.

Na maioria das vezes, são feitas medidas repetidas de um mesmo mensurando. A melhor estimativa do valor real deste mensurado é dada pelo **valor médio** das medições:

$$\overline{x} = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i}{n} \tag{2.3}$$

Ou seja, o valor médio é a soma dos valores das medições dividida pelo número de medições.

Para se estimar quanto o valor médio difere do valor real, utiliza-se o conceito de **desvio padrão da medida**:

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n} (x_i - \overline{x})^2}{n-1}} \tag{2.4}$$

Espera-se que o valor médio torne-se tanto mais preciso quanto maior o número n de medições. Por isso, a incerteza de tipo A associada a uma medição é estimada pelo **valor do desvio padrão da média**, que é um conceito “premia” o aumento do número de medições:

$$\sigma_A = \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \qquad (2.5)$$

2.5. Avaliação da Incerteza de Tipo B (σ_B)

A incerteza de tipo B é avaliada por julgamento científico, baseando-se em todas as informações disponíveis sobre a possível variabilidade do mensurando, que não tenham sido obtidas através de observações repetidas (avaliadas por métodos estatísticos). O conjunto de informações pode incluir dados de medições prévias, a experiência ou conhecimento geral do comportamento e propriedades de materiais e instrumentos relevantes, especificações do fabricante, dados fornecidos em certificados de calibração e outros certificados e incertezas relacionadas a dados de referência extraídos de manuais.

A experiência, a integridade, o senso de responsabilidade e a habilidade (treinamento) do operador são partes importantes do conjunto de informações disponíveis para uma avaliação de tipo B.

Deve-se reconhecer que uma avaliação da incerteza de tipo B pode ser tão confiável quanto uma avaliação de tipo A, especialmente em uma situação de medição em que uma avaliação de tipo A é baseada em um número comparativamente pequeno de medições.

É possível analisar muitos tipos de incertezas de tipo B, como, por exemplo, o posicionamento do instrumento de medição ou a habilidade do operador. Entretanto, neste curso, por simplicidade, a incerteza de tipo B será avaliada apenas pela incerteza instrumental, ou seja, $\sigma_B = \sigma_{instrumento}$.

2.6. Incerteza Instrumental

Em ciência e tecnologia, é fundamental a realização de medidas de grandezas físicas. Estas grandezas podem ser, por exemplo, comprimentos, intervalos de tempo, voltagem entre dois pontos, carga elétrica transportada, intensidade luminosa, e muitas outras.

A medição de uma grandeza consiste, na grande maioria dos casos, em fazer a leitura de uma graduação, tal como ao determinarmos um intervalo de tempo com um cronômetro de ponteiro ou um comprimento com uma régua. Efetuar a medição significa ler a posição de um índice ou ponteiro sobre uma escala (o índice pode ser a extremidade do próprio corpo, com um traço da graduação). Na Figura 2.2, na leitura correspondente à posição M, a única coisa que podemos afirmar é que está entre 14 e 15. Nestes casos, fazemos uma interpolação, isto é, imaginamos que cada um dos menores intervalos da graduação esteja dividido em partes iguais, suponhamos, em 10 partes e lemos a posição do índice nesta escala imaginaria.

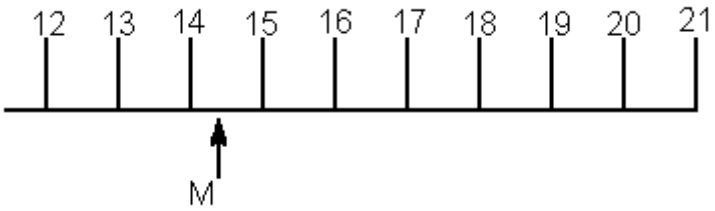


Figura 2.2. Exemplo de uma medição em uma escala graduada.

Teríamos então M = 14,4. Ao fazermos uma interpolação numa escala, as medidas ficam sujeitas a um “Limite de Erro” de metade da menor divisão. Numa avaliação simplificada das incertezas no processo de medição, o “Limite de Erro” pode ser adotado como o valor da incerteza de tipo B. Se a medição for repetida várias vezes, a incerteza de tipo A é dada pelo desvio padrão da média.

Muitas vezes a incerteza instrumental é indicada no próprio aparelho. Por exemplo, em um cronômetro digital, onde vem gravado o valor 0,001 s, esta é a sua incerteza instrumental. É freqüente encontrarmos nos medidores elétricos esta incerteza indicada como percentual do "valor de fundo de escala", isto é, do maior valor que o aparelho pode medir. Por exemplo, em um voltímetro com fundo de escala 200 volts e 50 divisões, onde se indica 2% como incerteza instrumental, isto significa que seu valor é de 4 volts, correspondente a 1 divisão da escala.

Se a incerteza não estiver indicada no instrumento, o procedimento usual é adotar como “limite de erro”: a menor medida, para instrumentos digitais; e a metade da menor medida, para instrumentos analógicos. **Observe**

que esta regra só vale se a grandeza medida permitir tal precisão. Um objeto com irregularidades superiores à precisão da régua, ou uma corrente elétrica com flutuação superior à precisão do multímetro não poderão ser medidos dentro da precisão dos instrumentos, e requerem uma análise caso a caso.

2.7. Incerteza Combinada

Após a determinação das incertezas de tipo A e de tipo B, é preciso determinar o valor da incerteza total associada à medida. Este valor de incerteza é denominado de **incerteza combinada (σ_c)**, e é dada por:

$$\sigma_C = \sqrt{\sigma_A^2 + \sigma_B^2} \tag{2.6}$$

2.8. Propagação de Incertezas

Para avaliação da incerteza associada a uma medida é preciso analisar as incertezas de tipo A e tipo B envolvidas no processo de medição, e, a partir delas, determinar a incerteza combinada associada à grandeza medida. Além disso, muitas grandezas físicas obtidas no laboratório são funções de muitas variáveis. Para determinar a incerteza padrão de uma grandeza que é função de várias grandezas medidas é preciso considerar as incertezas combinadas associadas a cada uma de suas variáveis. Para tanto, é preciso usar a noção de **propagação de incertezas**.

Suponha que uma certa grandeza física z é calculada como função de outras grandezas $x_1, x_2, x_3, \ldots$ das quais conhecemos as respectivas incertezas combinadas $\sigma_{x_1}, \sigma_{x_2}, \sigma_{x_3}, \ldots$ Ou seja z é uma função de $x_1, x_2, x_3, \ldots$

$$z = f(x_1, x_2, x_3, \ldots) \tag{2.7}$$

A incerteza da grandeza calculada σ_z pode ser obtida a partir da seguinte relação:

$$\sigma_z = \sqrt{\left(\frac{\partial z}{\partial x_1}\sigma_{x_1}\right)^2 + \left(\frac{\partial z}{\partial x_2}\sigma_{x_2}\right)^2 + \left(\frac{\partial z}{\partial x_3}\sigma_{x_3}\right)^2 .... } = \sqrt{\sum_i \left(\frac{\partial z}{\partial x_i}\sigma_{x_i}\right)^2} \qquad (2.8)$$

onde $\frac{\partial z}{\partial x_i}$ indica a derivada parcial da grandeza calculada z em relação a grandeza medida x_i.

Exemplos de fórmulas de propagação de incertezas:

Exemplo 1: $z = x_1 + x_2 + x_3 + ...$

Portanto,

$$\sigma_z = \sqrt{\left(\frac{\partial(x_1 + x_2 + x_3 + ...)}{\partial x_1}\sigma_{x_1}\right)^2 + \left(\frac{\partial(x_1 + x_2 + x_3 + ...)}{\partial x_2}\sigma_{x_2}\right)^2 + \left(\frac{\partial(x_1 + x_2 + x_3 + ...)}{\partial x_3}\sigma_{x_3}\right)^2 ....} \qquad (2.9)$$

Considerando apenas o primeiro termo, têm-se:

$$\frac{\partial(x_1 + x_2 + x_3 + ...)}{\partial x_1}\sigma_{x_1} = \frac{\partial(x_1 + x_2 + x_3 + ...)}{\partial x_1}\sigma_{x_1} = \left(\frac{\partial x_1}{\partial x_1} + \frac{\partial x_2}{\partial x_1} + \frac{\partial x_3}{\partial x_1} + ...\right)\sigma_{x_1}$$

Todos os termos desta soma são nulos, pois se trata da derivada de uma constante, exceto o termo $\frac{\partial x_1}{\partial x_1}$, que é $= 1$. Portanto, têm-se que o primeiro termo da Equação 7 é $= \sigma_{x_1}$. Analogamente, é possível determinar todos os termos da Equação 7, e chegar ao resultado: $\sigma_z = \sqrt{\sigma_{x_1}^2 + \sigma_{x_2}^2 + \sigma_{x_3}^2 + ...}$

Exemplo 2: $z = kx_1$, onde k é uma constante.

Portanto,

$$\sigma_z = \sqrt{\left(\frac{\partial(kx_1)}{\partial x_1}\sigma_{x_1}\right)^2} \qquad (2.10)$$

$$\sigma_z = \sqrt{\left(k\sigma_{x_1}\right)^2}$$

Antes do próximo passo, é importante ressaltar que a incerteza é sempre positiva, por definição. Assim sendo, é preciso desconsiderar as raízes negativas desta equação. O resultado final é, portanto:

$$\therefore \sigma_z = |k| \sigma_{x_1}$$

Exemplo 3: $z = x_1 \cdot x_2$

Portanto,

$$\sigma_z = \sqrt{\left(\frac{\partial (x_1 \cdot x_2)}{\partial x_1} \sigma_{x_1} \right)^2 + \left(\frac{\partial (x_1 \cdot x_2)}{\partial x_2} \sigma_{x_2} \right)^2} \qquad (2.11)$$

De forma semelhante ao que foi calculado no exemplo 2, $\frac{\partial (x_1 \cdot x_2)}{\partial x_1} = x_2$, pois x_2 pode ser considerada como constante já que é independente de x_1, e

$$\frac{\partial (x_1 \cdot x_2)}{\partial x_2} = x_1$$

$$\sigma_z = \sqrt{\left(x_2 \cdot \sigma_{x_1} \right)^2 + \left(x_1 \cdot \sigma_{x_2} \right)^2} \qquad (2.12)$$

A partir de manipulações matemáticas, é possível reescrever este resultado como:

$$\left(\frac{\sigma_z}{z} \right)^2 = \left(\frac{\sigma_{x_1}}{x_1} \right)^2 + \left(\frac{\sigma_{x_2}}{x_2} \right)^2 \qquad (2.13)$$

Desafio: Mostre que a Equação 2.12 = Equação 2.13.

A grande vantagem da Equação 2.13 é que ela é expansível para uma quantidade qualquer de termos:

$$z = f(x_1, x_2, x_3, ...)$$
$$z = x_1 \cdot x_2 \cdot x_3 \cdot ...$$

$$\left(\frac{\sigma_z}{z}\right)^2 = \sum_i \left(\frac{\sigma_{x_i}}{x_i}\right)^2 \qquad (2.14)$$

2.9. Incerteza Expandida

Muitas vezes os resultados são expressos utilizando uma incerteza total que é um múltiplo da incerteza estimada (por exemplo, 2.σ ou 3.σ), que é denominada de **incerteza expandida**. O fator multiplicativo utilizado para obtenção da incerteza expandida é denominado de **fator de abrangência (k)** e ele é escolhido de forma a representar o resultado final dentro de um determinado intervalo de confiança P (região mais provável para o valor real do mensurando). A cada intervalo de confiança há um **coeficiente de confiança (ou nível de confiança),** que é a probabilidade de que o mensurando esteja dentro do intervalo de confiança. O coeficiente do confiança depende do tipo de distribuição de erros e do fator de abrangência escolhido. A Tabela 2.1 apresenta os valores dos níveis de confiança para duas distribuições de erros: a distribuição normal e de uma situação simplificada, que é freqüentemente adequada para situações de medição, onde a distribuição de erros é considerada como aproximadamente normal.

Tabela 2.1. Níveis de confiança para dois tipos de distribuição de erros.

Incerteza	Intervalo de Confiança P	
k. σ	Distribuição Normal	Distribuição Aproximadamente Normal
σ	68,27%	68%
2σ	95,45%	95%
3σ	99,73%	99%

Neste curso, por simplicidade, os resultados finais podem ser apresentados sempre considerando k=1.

2.10. Algarismos significativos

Toda vez que realizamos a medida de qualquer grandeza, esta medida é sempre feita dentro de certas limitações impostas pelo próprio processo de medida e pelo instrumento de medida empregado.

As limitações do aparelho e do processo de medida devem ser representadas no resultado final da medida através da indicação do número de algarismos que realmente possuam algum significado, seguido da incerteza associada ao resultado e da devida unidade da medida. Ao proceder desta forma, mesmo uma pessoa que não tenha acompanhado o processo de medida consegue inferir informações sobre a confiabilidade de uma medida.

O resultado final de uma medida deve ser expresso apenas utilizando **algarismos significativos**. Entender o que é um algarismo significativo é importante para expressar corretamente um resultado experimental e sua incerteza.

Cada algarismo em um resultado experimental tem uma probabilidade de ser o algarismo verdadeiro, que é conseqüência da incerteza associada à medida.

Exemplo:

Os resultados da medida de uma grandeza experimental foi y = 73,6 m com incerteza padrão associada de σ = 1,2 m, considerando um intervalo de confiança de 99,7%. (Dizer que o intervalo de confiança é 99,7% significa dizer que o intervalo de valores considerados é de y-3σ a y+3σ - ou seja, de 70,0 a 77,2). Considerando todos os valores possíveis de y neste intervalo, e considerando que eles obedecem a uma distribuição gaussiana, é possível estimar a probabilidade de cada um dos algarismos ser o algarismo verdadeiro. Os valores encontrados neste cálculo são:

A probabilidade do primeiro algarismo do número verdadeiro ser 7 é de 99,84%

A probabilidade do segundo algarismo do número verdadeiro ser 3 é de 31%

A probabilidade do terceiro algarismo do número verdadeiro ser 6 é apenas um pouco maior do que os demais algarismos; portanto o número 6 tem ainda algum significado

Já a probabilidade de um possível quarto algarismo ser verdadeiro é a mesma para qualquer algarismo. Sendo assim este último algarismo é não significativo e, por isso, não deve ser apresentado no resultado final.

Na prática, o número de dígitos ou algarismos que devem ser apresentados num resultado experimental é determinado pela incerteza associada a ele, da seguinte forma:

- Se a incerteza padrão é dada com um único algarismo, o algarismo correspondente na grandeza é o último algarismo significativo;
- Se a incerteza padrão é dada com 2 algarismos, os 2 algarismos correspondentes na grandeza podem ser considerados com os 2 últimos algarismos significativos;

Exemplos:

a) y = 256±5 cm

b) y = 12000,0±1,2 s

c) y = 0,00431±0,00008 mm

d) y = 4,31E-3±0,08E-3 mm

Os exemplos c) e d) são na realidade iguais. Entretanto, é mais recomendada a utilização da notação da letra “d”, a fim de evitar muitos zeros à esquerda, pois eles são considerados algarismos não significativos. Deve utilizar também notação científica, ou trocar as unidades, em casos onde a incerteza padrão supere 99:

L = 11800±900 μm é incorreto $\Rightarrow$ as formas corretas: L = 1,18E4±0,09E4 μm ou L = 1,18±0,09 cm

A tendência atual é indicar a incerteza padrão com 2 algarismos significativos, além de zeros à esquerda. Entretanto, é possível expressar a incerteza padrão com apenas um algarismo significativo.

Exemplos:

f) $\sigma = 3{,}49$ m é incorreto $\Rightarrow$ as formas corretas: $\sigma = 3{,}5$ m ou $\sigma = 3$

g) $\sigma = 3{,}51$ m é incorreto $\Rightarrow$ as formas corretas: $\sigma = 3{,}5$ m ou $\sigma = 4$

Os exemplos f) e g) ilustram a vantagem de se utilizar dois algarismos significativos na incerteza padrão, ao invés de apenas um algarismo significativo.

A grande diferença obtida nas incertezas expressas com apenas um algarismo significativo nos exemplos f) e g) é conseqüência das regras para o arredondamento de números:

- de X000... a X499..., os algarismos excedentes são simplesmente eliminados (arredondamento para baixo);
- de X500...1 a X999..., os algarismos excedentes são eliminados e o algarismo X aumenta de 1 (arredondamento para cima);
- No caso X50000..., então o arredondamento deve ser tal que o algarismo X depois do arredondamento deve ser par.

Exemplos:

2,4**3**→2,4	5,6**499** →5,6	5,6**500** →5,6
3,68**8** →3,69	5,6**501** →5,7	5,7**500** →5,8

2.11. Exemplo de Estimativa de Incerteza

Considere um experimento onde é preciso medir o comprimento de um cilindro metálico (L). O instrumento de medição utilizado tem como menor medida 1 milímetro. São feitas 10 medidas do cilindro, dando os seguintes resultados: 13,1cm; 13,5cm; 13,4cm; 13,9cm; 13,2cm; 13,7cm; 13,9cm; 13,6cm; 13,3cm; 13,6cm. (onde o último dígito foi sempre estimado pelo operador)

Valor Médio =	13,52 cm
Desvio Padrão =	0,274064064 cm
Desvio Padrão da Média =	0,086666667 cm (que é a incerteza de tipo A)

Para estimar a incerteza do tipo B é preciso saber a incerteza que tem o instrumento de medida. Caso não haja nenhuma indicação no instrumento ou num certificado de calibração, pode-se estimar considerando o limite de erro, que no caso é metade da menor escala.

Incerteza de Tipo B =	0,05cm
Incerteza Combinada $\Rightarrow$	$\sigma_C = \sqrt{\sigma_A^2 + \sigma_B^2} = \sqrt{(0{,}086666667\ )^2 + (0{,}05)^2} = 0{,}10005554\ \text{cm}$
Incerteza Expandida (P=95%) $\Rightarrow$	$\sigma_T = 2 \times \sigma_C = 0{,}20011108\ \text{cm}$
Expressão final do resultado	$L = 13{,}5 \pm 0{,}2$
Incerteza Relativa	1,5%

Observação: Deve-se evitar arredondar os valores dos cálculos em etapas intermediárias, para evitar distorções nos resultados finais.

É muito importante que os pesquisadores saibam como estimar e expressar as incertezas envolvidas no processo de medição. Os conceitos que foram apresentados aqui são apenas uma breve exposição sobre o assunto. A seguir são sugeridas algumas leituras para um estudo mais completo.

Referências

1. Vuolo, JH. Fundamentos da teoria de erros. 2ª Ed. São Paulo: Edgard Blücher, 1996.
2. ISO. Guide to the expression of uncertainty in measurement. Geneva, 1995.
3. ABNT/INMETRO. Guia para a expressão da incerteza de medição. 3ª Edição Brasileira. Rio de janeiro, 2003.

2.12. Exercícios

1. Quantos algarismos significativos têm as medições abaixo?

   A=0,035± 0,005 B=0,305± 0,005 C=0,35± 0,05 D=0,350 ± 0,050

2. Num saco de leite está impresso seu conteúdo: V = 1 ℓ. Feita uma medida pela fiscalização, apurou-se um conteúdo de 700 mℓ. O fabricante deve ser considerado idôneo ou não? (Dica: expresse a medida de forma similar a apresentada pelo fabricante e depois compare!)
3. Como você responderia ao problema anterior, se o conteúdo impresso fosse V = 1,0 ℓ?
4. Utilizando uma régua milimetrada ou uma trena, meça o comprimento e a largura de uma folha de papel ofício. Repita a medida 5 vezes. Represente estes valores usando o número correto de algarismos significativos, a incerteza das medidas e a unidade. (Não esqueça da incerteza do instrumento!)
5. Calcule a área da folha do exercício 4. Usando a fórmula de propagação de incertezas, calcule a incerteza desta área. Forneça uma indicação completa do resultado, incluindo a incerteza (com o número correto de algarismos significativos) e a unidade.
6. Usando um cronômetro, meça o tempo necessário para percorrer uma distância de 10 metros. Realize um total de 20 medidas deste tempo. Determine a média e o desvio padrão da média dos tempos medidos. Apresente o resultado final utilizando o número correto de algarismos significativos, a incerteza da medida e a unidade.
7. Usando o tempo médio determinado no exercício 5, calcule sua velocidade durante aquele procedimento. Usando a fórmula de propagação de incertezas, determine a incerteza desta velocidade.
8. Quatro pessoas mediram a aceleração da gravidade em um local e obtiveram os seguintes dados (em m/s^2):

Obs 1	9,75	9,47	10,22	10,05	9,87	9,99	10,08
Obs 2	8,37	8,61	8,1	8,44	8,68	8,7	8,84
Obs 3	8,01	12,06	9,66	11,14	8,97	9,38	10,45
Obs 4	2,55	3,35	3,04	3,29	3,87	2,96	3,48

   Considere o valor verdadeiro igual a 9,78 m/s^2 e indique o erro relativo de cada medida.
9. O que você pode dizer sobre a existência de erros aleatórios nas duas medidas feitas? E sobre erros sistemáticos?
10. Deduza a equação de propagação de incertezas para:

    a) $z = x_1 - x_2 - x_3 - ...$ b) $z = \frac{x_1}{x_2}$ c) $z = x^m$

3. Gráficos

Normalmente a observação de um fenômeno qualquer é feita por tabelamento de valores. Por exemplo, analisa-se o crescimento populacional tabelando-se o número de nascimentos e mortes a cada ano; estuda-se o desenvolvimento de animais jovens tabelando suas pesagens em períodos regulares; estuda-se o movimento de um corpo tabelando-se seu deslocamento em função do tempo. A construção de cada um destes gráficos permite, em geral, uma visualização imediata do comportamento em estudo. Em particular, para fenômenos que apresentam reprodutividade, é possível inclusive extrair uma equação matemática para seu comportamento. Assim, os gráficos possibilitam também uma comparação de pontos experimentais com traçados de funções matemáticas corriqueiras como retas, parábolas, exponenciais, etc., e a determinação dos seus parâmetros específicos.

Neste sentido, este capítulo vai tratar das regras básicas para construção de gráficos e para a determinação gráfica dos parâmetros funcionais.

3.1. Regras Básicas para Construção de Gráficos

Vamos discutir isto vendo um exemplo. Suponha que você tenha que fazer um gráfico com os pontos da Tabela 3.1, que apresenta os resultados de uma experiência de Movimento Uniforme, na qual foram feitas medidas de x e t.

Tabela 3.1: Dados de uma experiência de Movimento Uniforme.

t (s)	x (cm)
0,349	0,82
0,402	1,65
0,496	2,63
0,698	3,50
0,817	3,88
1,068	4,84
1,103	6,16
1,316	7,15
1,449	7,66
1,570	8,29

1. O primeiro passo para a construção de um bom gráfico é a definição da escala, ou seja, qual o valor que irá ser atribuído a cada cm. Isto é feito determinando-se qual a faixa de variação de cada variável e dividindo-se pelos cm disponíveis. Toma-se então um arredondamento a valor superior e de fácil leitura.

Os arredondamentos de fácil leitura são os que se encaixam dentro da divisão decimal das escalas milimetradas, ou seja, múltiplos de 10:

- $0{,}001 \rightarrow 0{,}01 \rightarrow 0{,}1 \rightarrow 1 \rightarrow 10$
- $0{,}002 \rightarrow 0{,}02 \rightarrow 0{,}2 \rightarrow 2 \rightarrow 20$
- $0{,}005 \rightarrow 0{,}05 \rightarrow 0{,}5 \rightarrow 5 \rightarrow 50$

Não necessariamente a escala de cada eixo precisa começar na origem (zero, zero). O intervalo dos dados é que deve definir a origem mais conveniente.

Considerando os dados da Tabela 3.1, há dois intervalos: t (0,349 – 1,570 s) e x (0,82 – 8,29 cm). Para assinalar estes dados em um papel milimetrado de 10 cm X 10 cm, tem-se:

- Eixo horizontal: Faixa de variação de t = 1,570 – 0,349 = 1,221

nº de cm disponíveis = 10cm

$\Rightarrow$ 0,1221 unidades/cm

um arredondamento acima deste valor, de fácil leitura é: **0,2 unidades/cm**

- Eixo vertical: Faixa de variação de x = 8,29 – 0,82 = 7,47

nº de cm disponíveis = 10cm

$\Rightarrow$ 0,747 unidades/cm

um arredondamento acima deste valor, de fácil leitura é: **1 unidades/cm**

2. Após a definição da escala, é preciso marcá-las no papel milimetrado. Sobre os eixos, devem ser marcadas apenas as posições que definam a escala usada, como apresentado na Figura 3.1.

Figura 3.1: Definição das escalas horizontais e verticais.

3. Após a marcação das escalas, deve-se colocar os títulos do gráfico e dos eixos, explicitando as unidades, como mostra a Figura 3.2.

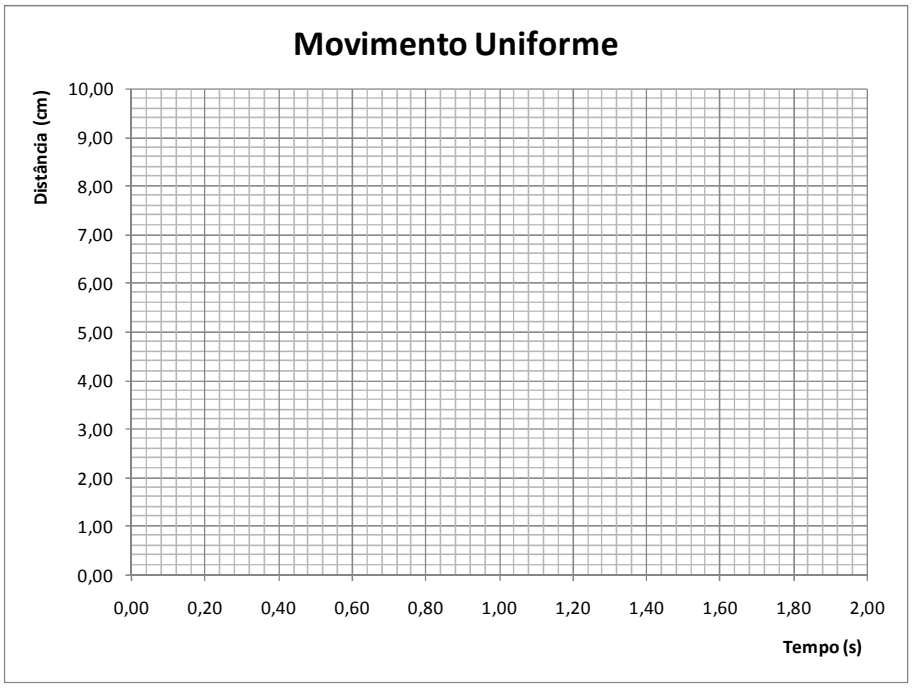


Figura 3.2: Definição dos títulos do gráfico e dos eixos.

4. Com os eixos já definidos e marcados, deve-se assinalar no gráfico a posição dos pontos tabelados sem escrever suas coordenadas, como mostra a Figura 3.3.

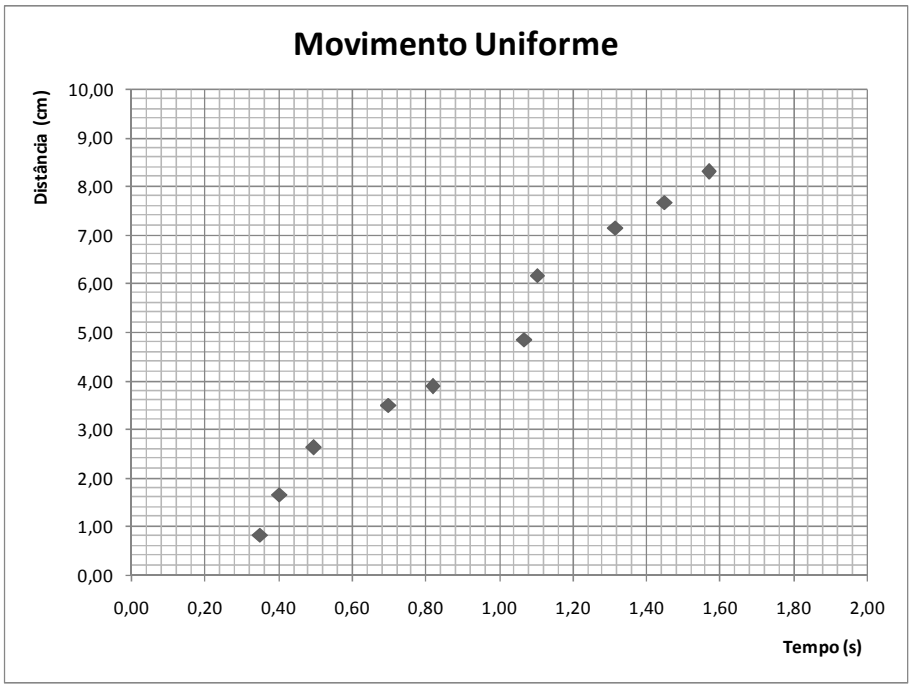


Figura 3.3: Marcação dos pontos.

5. Em processos que apresentam comportamento funcional reprodutível, os pontos marcados delineiam este comportamento. Nestas situações (é o que encontraremos normalmente) deve-se traçar uma curva média cujos deslocamentos em relação aos pontos tendam a se anular uniformemente ao longo do traçado. Não é correto (para estes casos) ligar os pontos como indicam as linhas pontilhadas, ou traçar uma curva que se distancie ora toda à esquerda ora toda à direita dos pontos. A Figura 3.4 apresenta dois exemplos de bons ajustes, no primeiro caso para uma reta que passa pela origem e no segundo para uma reta qualquer. Já a Figura 3.5 apresenta alguns exemplos de ajustes inadequados.

(A) (B)

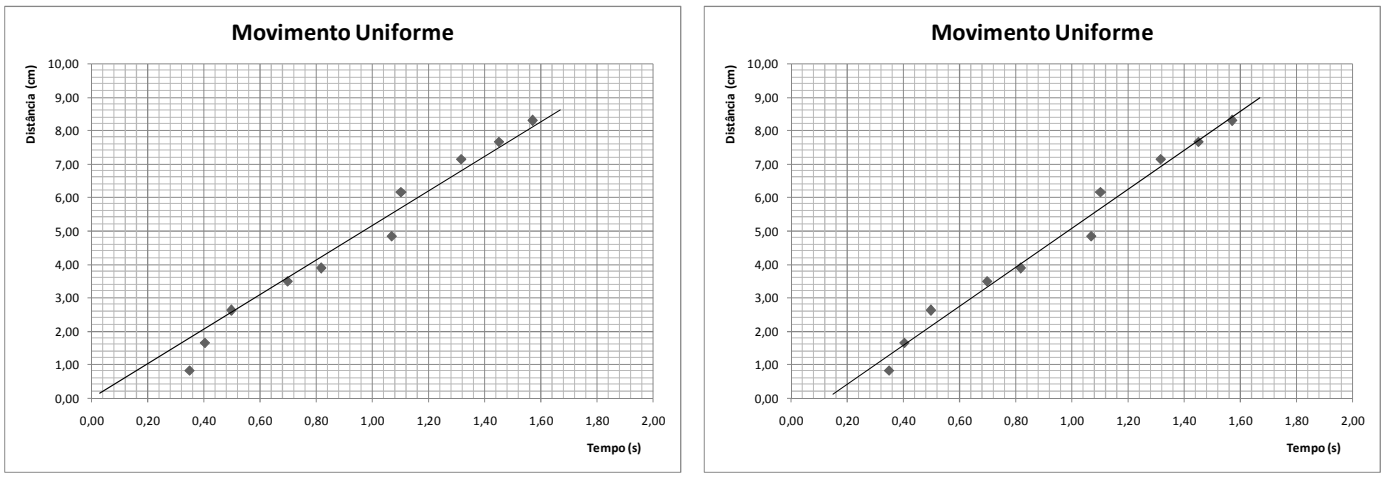


Figura 3.4: Exemplos de bons ajustes: (A) Ajuste linear passando pela origem, y=m.x; (B) Ajuste linear sem restrição para o coeficiente linear, y=m.x+n.

(A) (B)

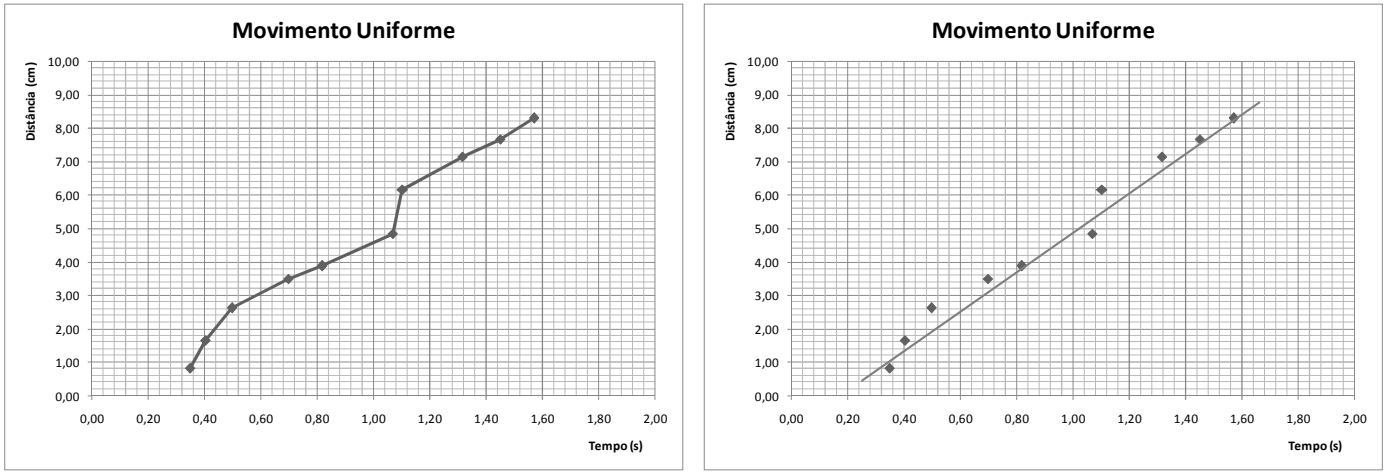


Figura 3.5: Exemplos de ajustes inadequados: (A) Pontos ligados, sem obedecer a um comportamento funcional; (B) Ajuste linear com tendência evidente para os pontos inferiores.

Outro exemplo de conjunto de dados resultantes é apresentado na Tabela 3.2. A partir destes dados, foram construídos dois gráficos: a Figura 3.6 apresenta um gráfico bem feito, enquanto a Figura 3.7 apresenta vários erros comuns que precisam ser evitados.

Tabela 3.2: Dados de uma experiência genérica.

x (unidade)	y (unidade)
6.68	3.5
12.46	20.1
18.57	29.8
24.48	40.6
27.69	65.1
33.36	85.0
37.85	121.9
40.48	148.1
44.73	183.8

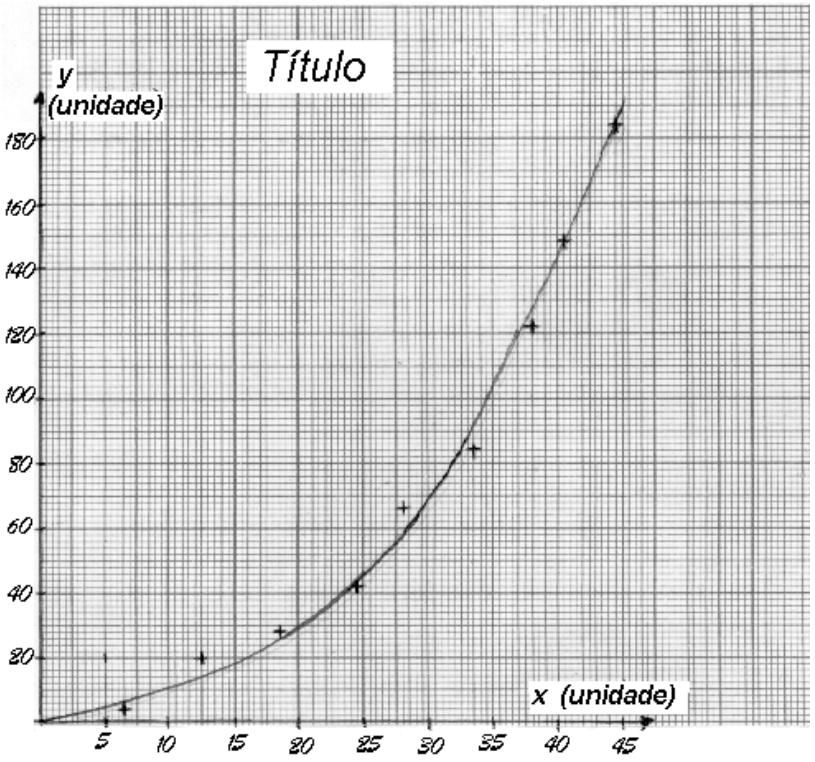


Figura 3.6: Gráfico correto.

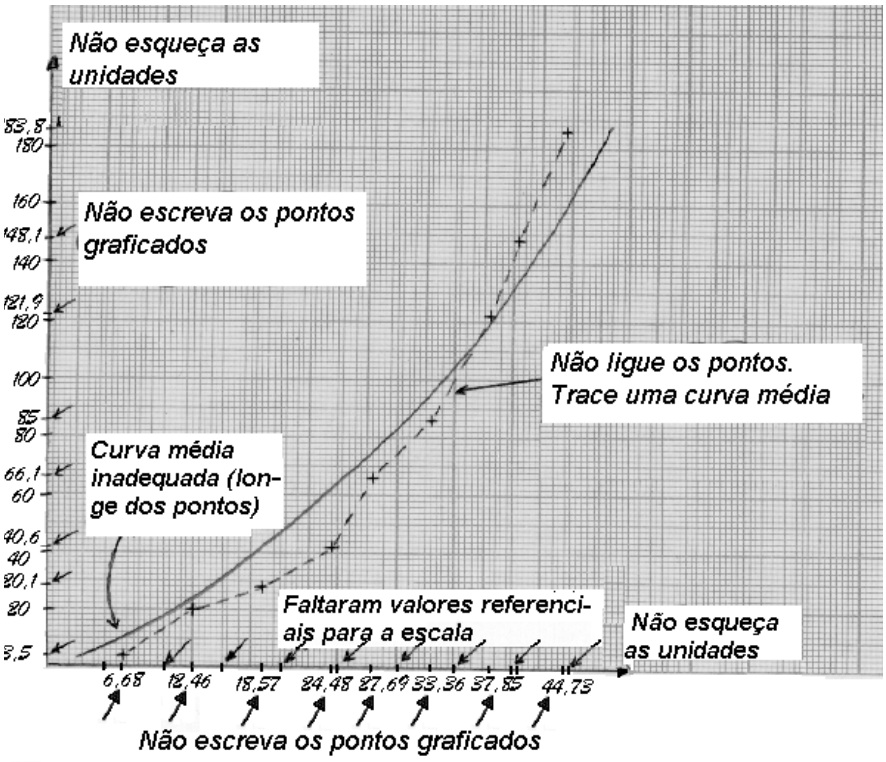


Figura 3.7: Gráfico incorreto.

3.2. Determinação Gráfica dos Parâmetros de uma Reta

O comportamento funcional mais comum nas experiências de Laboratório de Física A é o linear. Esta seção mostrará como determinar os parâmetros que caracterizam um determinado ajuste linear.

A equação geral de uma reta é:

$$y = m.x + n \tag{3.1}$$

onde m é o coeficiente angular da reta e está diretamente relacionado à inclinação da reta; e n é o coeficiente linear e é determinado pelo ponto onde a reta cruza o eixo das ordenadas.

Para determinação dos parâmetros de uma reta, é necessário conhecer dois pontos da reta. Considerando dois pontos sobre uma determinada reta, Q com coordenadas (x_o,y_o) e P com coordenadas (x_1,y_1), é possível obter m e n por meio do desenvolvimento algébrico apresentado a seguir.

Se Q e P são pontos sobre a reta, eles precisam obedecer à Equação 3.1:

$$y_0 = m.x_0 + n \tag{3.2}$$

$$y_1 = m.x_1 + n \tag{3.3}$$

Neste sistema de equações m e n são as incógnitas e x_0, y_0, x_1 e y_1 são os pontos conhecidos.

Resolvendo este sistema, tem-se:

$$m = \frac{y_1 - y_0}{x_1 - x_0} \tag{3.4}$$

e n é obtido pela substituição do valor de m em qualquer das Equações 3.2 ou 3.3.

$$n = y_1 - m.x_1$$

$$n = y_1 - \frac{y_1 - y_0}{x_1 - x_0}.x_1 \tag{3.5}$$

É importante lembrar que os pontos Q e P devem estar **sobre** a reta ajustada e que eles devem ser escolhidos de forma que sejam o mais separado possível para diminuir os erros no cálculo de m e n.

Continuando com o exemplo da Tabela 3.1, a Figura 3.8 apresenta o ajuste linear da Figura 3.4B, com a escolha de dois pontos (Q e P).

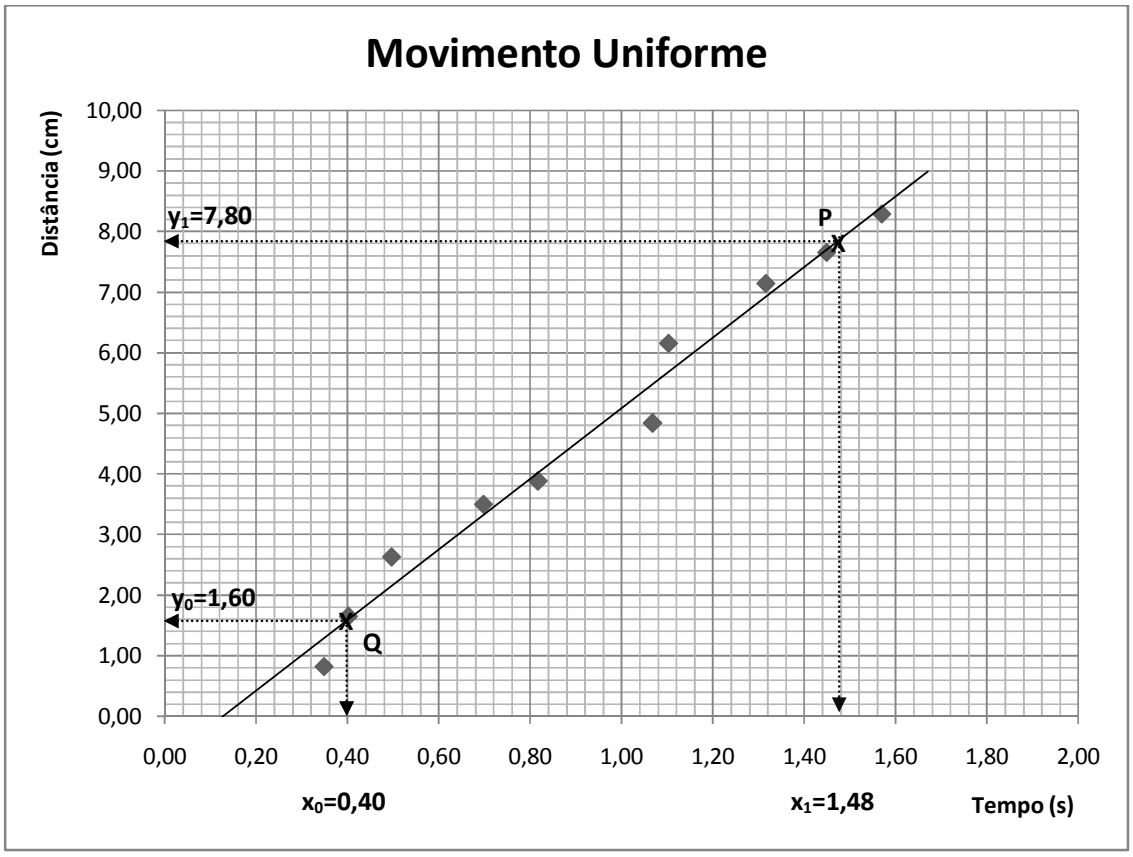


Figura 3.8: Escolha dos pontos para determinação da equação da reta.

Pelos dados da Figura 3.8, é possível determinar m e n:

$$m = \frac{y_1 - y_0}{x_1 - x_0} = \frac{7{,}80 - 1{,}60}{1{,}48 - 0{,}40} = \frac{6{,}20}{1{,}08} = \mathbf{5{,}7}\boldsymbol{cm/s}$$

$$n = y_1 - m.x_1 = 7{,}80 - 5{,}74.1{,}48 = \mathbf{1{,}0}\boldsymbol{cm}$$

E a equação da reta ajustada é:

$$y = 5{,}7.x - 1{,}0$$

3.3. Determinação Gráfica da Incerteza dos Parâmetros de uma Reta

Os dados referentes a uma experiência terão sempre incertezas associadas a eles. Nos exemplos dos gráficos apresentados até o presente agora, não foram assinaladas as incertezas associadas aos pontos e não foram estimadas as incertezas associadas a m e n. Entretanto, é importante que os gráficos sejam completos, incluindo também as incertezas nos pontos.

Na Tabela 3.2, são apresentadas as incertezas referentes aos dados do nosso exemplo.

Tabela 3.2: Dados de uma experiência de Movimento Uniforme.

t (s)	x (cm)	σ_t (s)	σ_x (cm)
0,349	0,82	0,039	0,13
0,402	1,65	0,028	0,21
0,496	2,63	0,023	0,17
0,698	3,50	0,035	0,16
0,817	3,88	0,048	0,27
1,068	4,84	0,056	0,29
1,103	6,16	0,039	0,35
1,316	7,15	0,052	0,35
1,449	7,66	0,087	0,27
1,570	8,29	0,066	0,30

Para marcar os pontos com as incertezas, deve-se colocar uma barra simétrica em relação ao ponto assinalado, que tenha comprimento igual ao dobro da incerteza. Ou seja, o primeiro ponto de ser assinalado em t=0,349 s e deve ser colocada uma barra que vá de (0,349-0,039) a (0,349+0,039). A Figura 3.9 apresenta o gráfico construído com os pontos e as incertezas associadas a cada ponto.

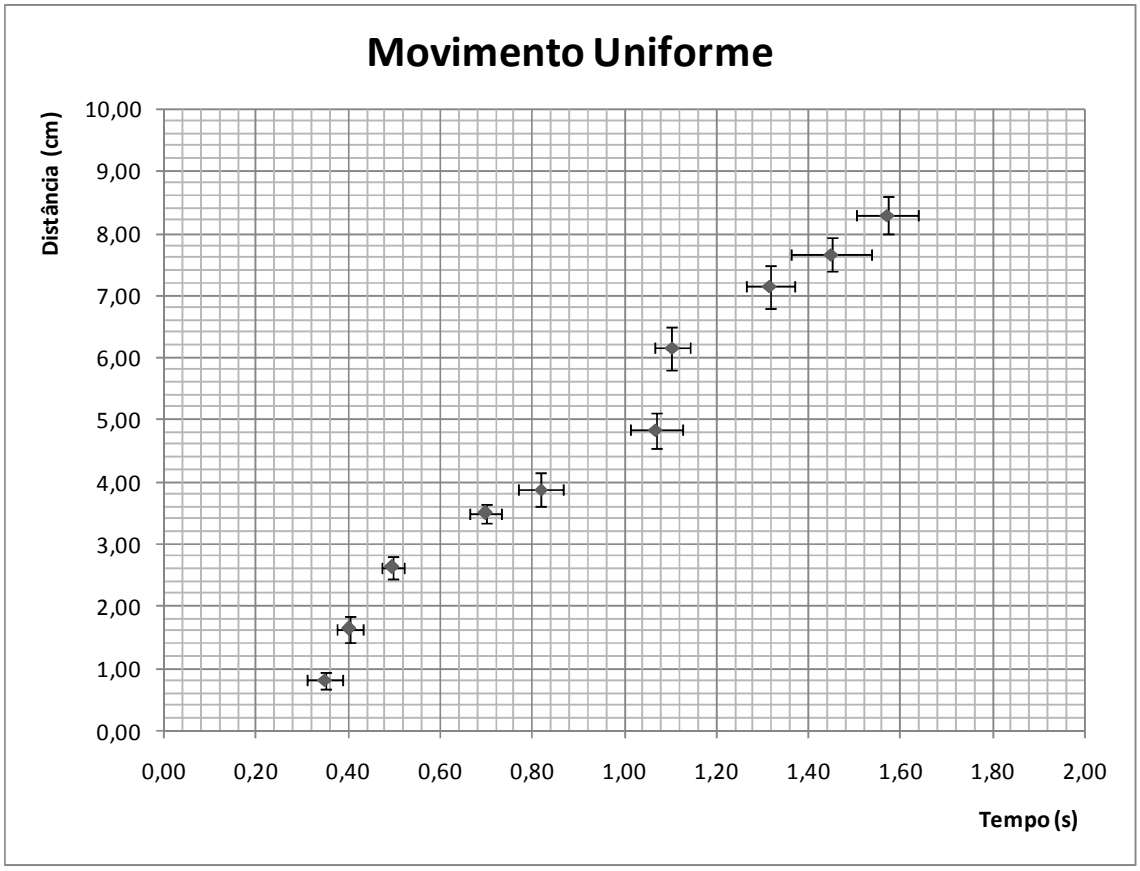


Figura 3.9: Gráfico construído com as incertezas associadas a cada ponto.

Depois de construído o gráfico com os dados e suas incertezas, é preciso determinar qual o ajuste a ser aplicado e determinar os parâmetros deste ajuste. No caso do nosso exemplo, é fazer o que já foi apresentado na seção anterior para determinação de m e n. E as incertezas em m e n? Também é possível determiná-las graficamente.

Para se determinar estas incertezas, é preciso traçar duas paralelas à reta ajustada: uma paralela superior e uma paralela inferior, de tal forma que a grande maioria dos pontos e das barras de incertezas fique contida na região entre as retas. Estas paralelas definem, com as retas que delimitam a região dos pontos marcados, um quadrilátero $\overline{ABCD}$, como ilustra a Figura 3.10.

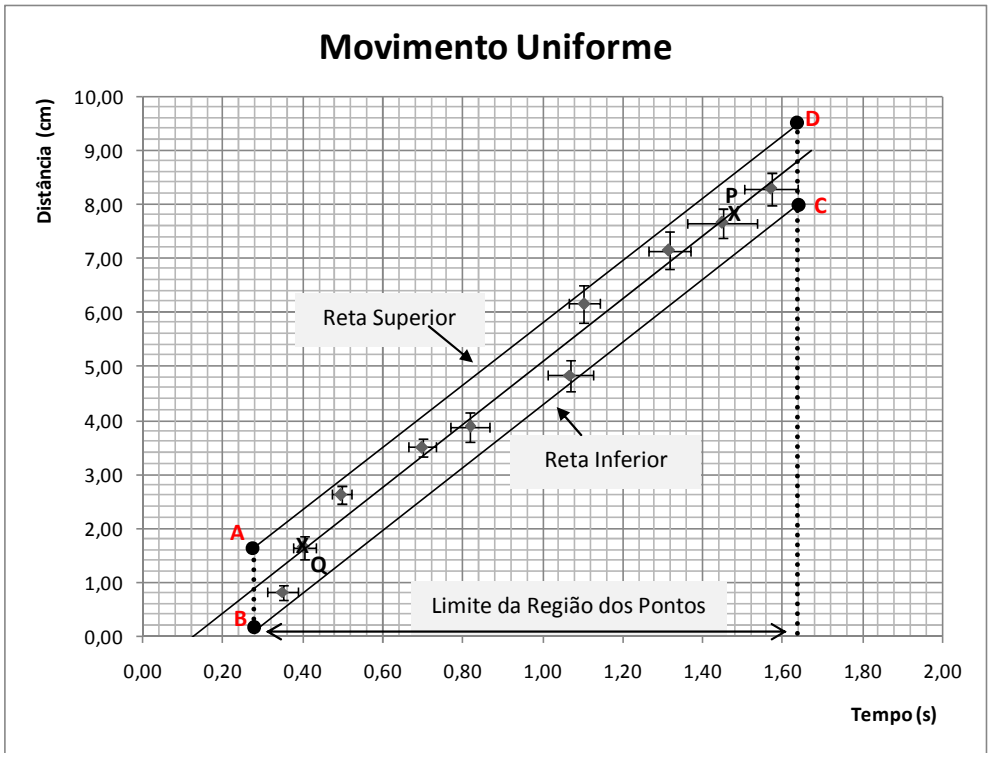


Figura 3.10: Quadrilátero traçado para determinar as incertezas em m e n.

A partir dos vértices deste quadrilátero, ou seja, dos pontos A, B, C e D, é possível determinar as equações das duas diagonais $\overline{AC}$ e $\overline{BD}$, ilustradas na Figura 3.11.

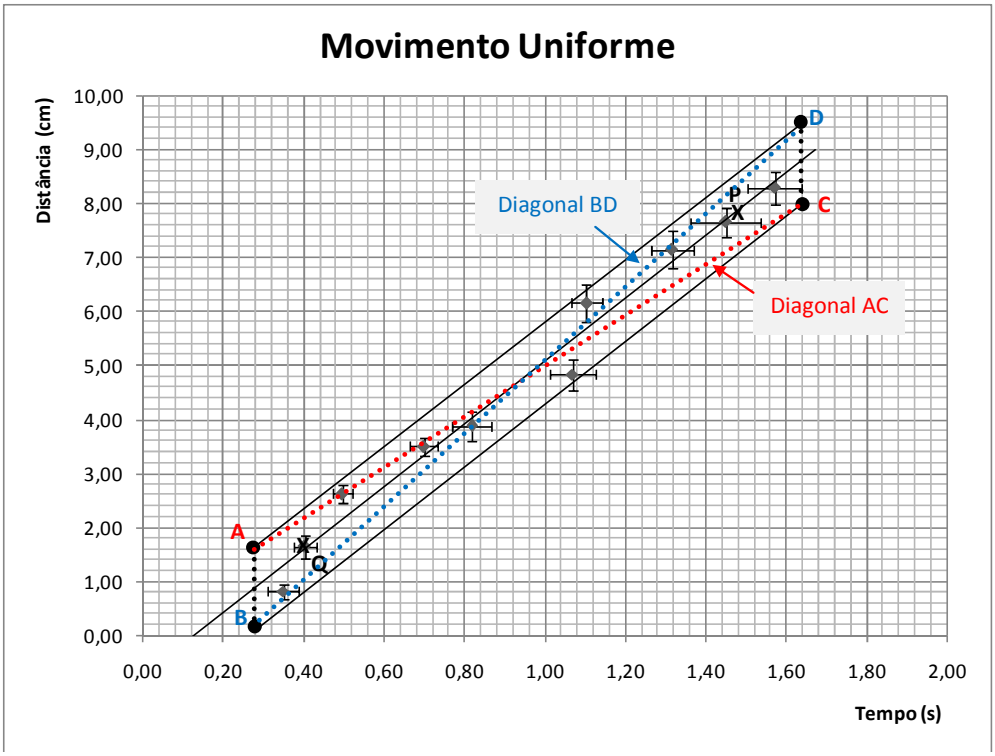


Figura 3.11: Diagonais do quadrilátero $\overline{ABCD}$.

As incertezas em m e n são determinadas, portanto, pelos parâmetros das duas diagonais $\overline{AC}$ e $\overline{BD}$, pelas Equações 3.6 e 3.7.

$$\sigma_m = \frac{m_{max} - m_{min}}{2} \tag{3.6}$$

$$\sigma_n = \frac{n_{max} - n_{min}}{2} \tag{3.7}$$

onde m_{max} é o maior coeficiente angular entre as duas diagonais e m_{min} é o menor, e n_{max} é o maior coeficiente linear entre as duas diagonais e n_{min} é o menor.

A Tabela 3.3 apresenta as coordenadas dos pontos A, B, C e D para o exemplo da Figura 3.11, assim como os parâmetros das diagonais $\overline{AC}$ e $\overline{BD}$.

Tabela 3.3: Parâmetros do quadrilátero $\overline{ABCD}$.

	X	Y
A	0,28	1,60
B	0,28	0,20
C	1,64	8,00
D	1,64	9,60
Reta AC	m	4,71
	n	0,28
Reta BD	m	6,91
	n	-1,74

A partir destes dados, é possível calcular as incertezas em m e n:

$$\sigma_m = \frac{6{,}91 - 4{,}71}{2} = 1{,}1\ cm/s \qquad \sigma_n = \frac{0{,}28 - (-1{,}74)}{2} = 1{,}0\ cm$$

Portanto $\boldsymbol{m = (5{,}7 \pm 1{,}1)cm/s}$ e $\boldsymbol{n = (1{,}0 \pm 1{,}0)cm}$.

É importante ressaltar as incertezas em m e n só podem ser estimadas em gráficos onde os pontos tiverem sido assinalados com as suas respectivas incertezas.

3.4. Exercício proposto

Construa os gráficos referentes aos dados das Tabelas 3.4 e 3.5 e determine os parâmetros m e n, com as respectivas incertezas.

Tabela 3.4: Exemplo 1 - dados obtidos em um experimento didático.

P (N)	F_{at} (N)	σ_P (N)	σ_F (N)
80	4,5	20	1,0
220	10,0	20	1,0
340	14,5	20	1,5
380	20,5	20	1,5
500	24,5	20	2,0
580	30,0	20	2,0
740	34,5	20	2,5
820	39,5	20	3,0
880	44,0	20	3,0

Tabela 3.5: Exemplo 2 - dados obtidos em um experimento didático.

t^2 (s^2)	y (m)	σ_{t2} (s^2)	σ_y (m)
0,017	0,880	0,008	0,020
0,037	0,790	0,010	0,030
0,063	0,670	0,006	0,010
0,080	0,570	0,002	0,030
0,101	0,460	0,009	0,020
0,127	0,420	0,007	0,050
0,142	0,300	0,010	0,020
0,164	0,200	0,002	0,040
0,181	0,150	0,008	0,040

4. Paquímetro e Micrômetro

4.1. Introdução

O paquímetro e o micrômetro são dois instrumentos que fornecem medidas de comprimento, espessuras, diâmetros, com precisão da ordem de centésimos de milímetro, e são usados para se obter medidas precisas.

4.1.1. O paquímetro

Ao medirmos com uma régua, a menor divisão presente é o mm. Para se medir décimos de mm ou até centésimos de mm, bastaria então acrescentar mais traços à escala. Na prática isto é inviável, visto que os traços ficariam tão próximos que seria impossível visualizá-los.

Uma forma de contornar este problema é utilizando um paquímetro. O paquímetro é uma régua normal equipada com um dispositivo chamado nônio ou vernier que permite medições de décimos ou centésimos de mm, dependendo do instrumento. A Figura 4.1 apresenta uma ilustração de um paquímetro.

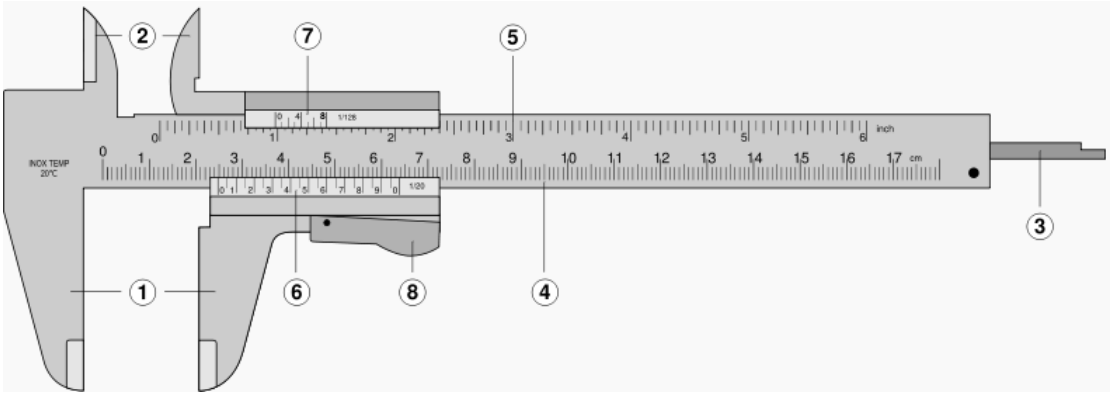


Figura 4.1. Ilustração de um paquímetro: 1: bicos (esquerdo fixo e direito móvel), 2: orelhas (esquerda fixa e direita móvel), 3: haste de profundidade, 4: escala fixa inferior (graduada em centímetros), 5: escala fixa superior (graduada em polegadas), 6: escala móvel (nônio ou vernier) inferior (cm), 7: escala móvel (nônio ou vernier) superior (polegada), 8: trava.

4.1.2. O nônio

O nônio ou vernier é a parte do paquímetro cuja finalidade é proporcionar uma medida com uma resolução menor (mais precisa) do que a feita somente com a escala fixa. O nome desta escala é em homenagem ao português Pedro Nunes e ao francês Pierre Vernier, considerados seus inventores.

O nônio (como passaremos a chamar a escala móvel a partir deste ponto) é uma escala móvel deslizante que permite a leitura de frações da escala fixa sobre a qual desliza. Para entender melhor, vamos apresentar um exemplo de um nônio simples, cuja escala tem 10 divisões e comprimento total de 9 mm, como ilustrado na Figura 4.2.

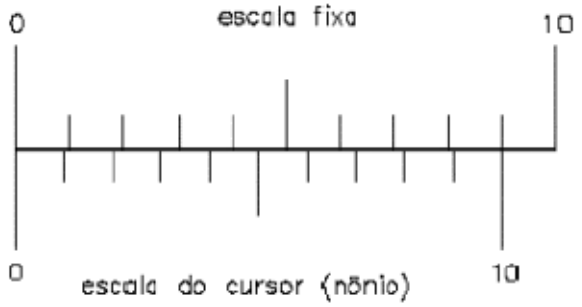


Figura 4.2. Ilustração de um nônio.

Na escala fixa, a menor divisão da escala é p = 1 mm e no nônio é n = 0,9 mm. Consequentemente, quando os zeros das duas escalas coincidem, a distância entre o 1 da escala principal e o 1 do nônio é de 0,1 mm, entre o 2 da escala principal e o 2 do nônio é de 0,2 mm e assim por diante até p9 - n9 = 0,9 mm. A utilização do nônio, neste caso, permite que se avalie até 0,1 mm, que é 1/10 da menor divisão da escala fixa. Neste exemplo, a resolução, que é menor divisão da escala do paquímetro, é 0,1 mm.

A resolução de um paquímetro depende da dimensão do nônio e do número de divisões que ele possui. Portanto, está não é uma característica padrão para todos os paquímetros e é necessário calculá-la para o instrumento utilizado.

Para calcular a resolução de um paquímetro, é preciso dividir a menor divisão da escala fixa pelo número de divisões do nônio, como apresentado na Equação 4.1.

$$Resolução = \frac{unidade\ da\ escala\ fixa}{número\ de\ divisões\ do\ nônio} \quad (4.1)$$

Exemplos para um paquímetro com unidade da escala fixa de 1 mm

- Nônio com 10 divisões: Resolução = 1 mm / 10 divisões = 0,1 mm
- Nônio com 20 divisões: Resolução = 1 mm / 20 divisões = 0,05 mm
- Nônio com 50 divisões: Resolução = 1 mm / 50 divisões = 0,02 mm

Para realizar uma medida com o paquímetro, deve-se:

1. Posicione a peça a ser medida na região correta do paquímetro: coloque-a entre os bicos para medidas de dimensões externas, coloque as orelhas dentro da peça para medidas de dimensões internas, ou coloque a haste dentro da peça para medidas de profundidade. As Figuras 4.3 a 4.5 ilustram cada caso.
2. Após o posicionamento da peça, mova as partes móveis com o polegar atuando no impulsor até que a parte móvel (bico, orelha ou haste) encoste suavemente na peça.

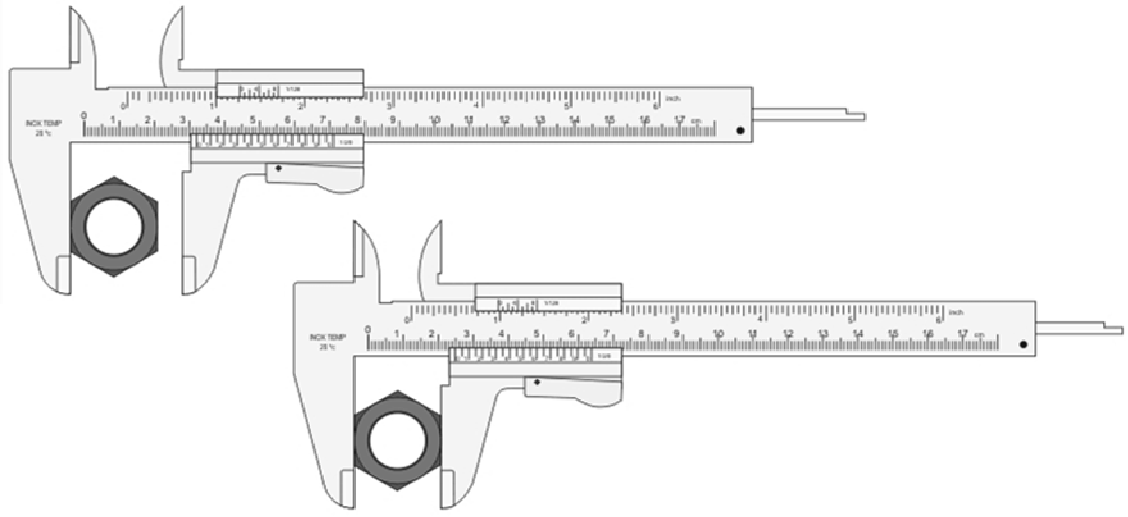


Figura 4.3. Exemplo de como posicionar um objeto para medida do seu diâmetro externo.

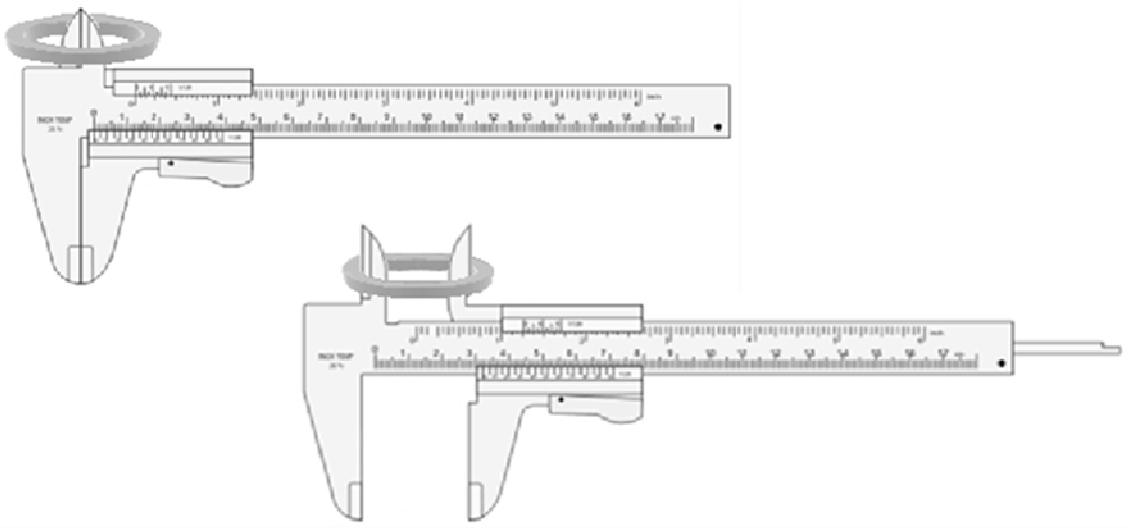


Figura 4.4. Exemplo de como posicionar um objeto para medida do seu diâmetro interno.

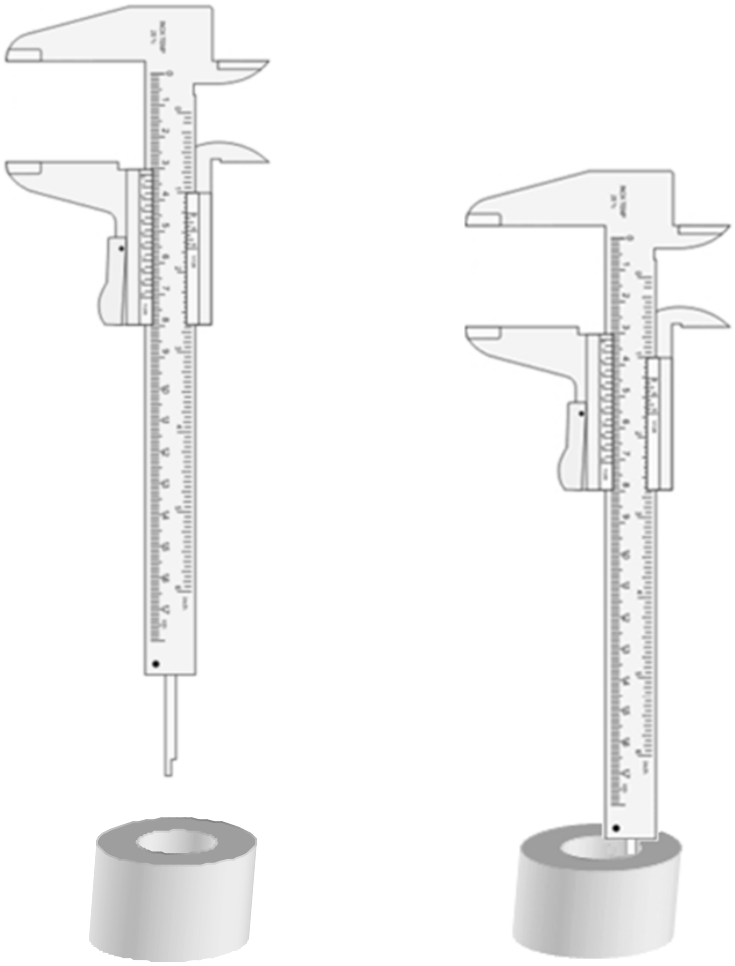


Figura 4.5. Exemplo de como posicionar um objeto para medida da sua profundidade.

3. Leia, na escala fixa, o número de centímetros inteiros (à esquerda do zero do nônio), como ilustra a Figura 4.6.

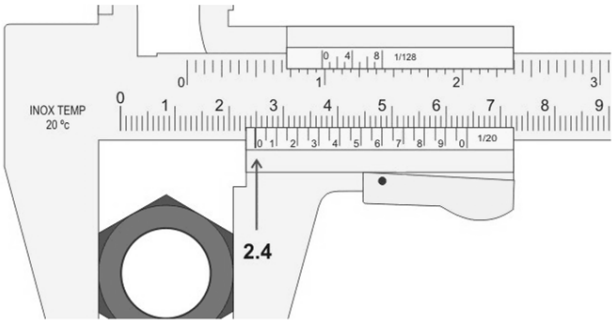


Figura 4.6. Leitura da escala fixa num exemplo de medida de diâmetro externo.

4. Leia a parte fracionária da medida observando qual traço do nônio coincide com algum traço da escala fixa e calcule o valor da fração multiplicando o número desse traço pela resolução, como ilustra a Figura 4.7.

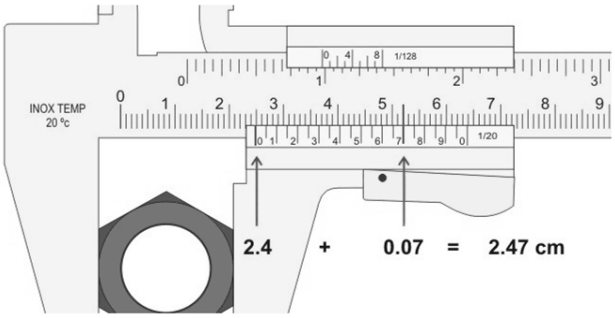
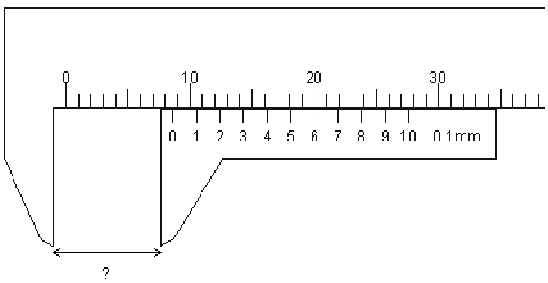
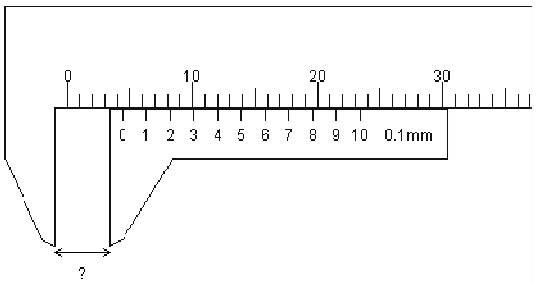


Figura 4.7. Leitura do nônio num exemplo de medida de diâmetro externo.

Exercício proposto: Indique as leituras exemplificadas nos paquímetros apresentados a seguir.



L=_____



L=_____

4.1.3. O Micrômetro

O micrômetro é um instrumento de medida de alta precisão que permite efetuar medições de até milésimos do milímetro. Um micrômetro típico é composto basicamente por um parafuso especial chamado de parafuso micrométrico cujo passo é de 0,5 mm por volta completa do parafuso. Isto significa que, a cada volta, o parafuso avança ou recua uma distância equivalente a 0,5mm. As partes típicas de um micrômetro podem ser vistas na Figura 4.12.

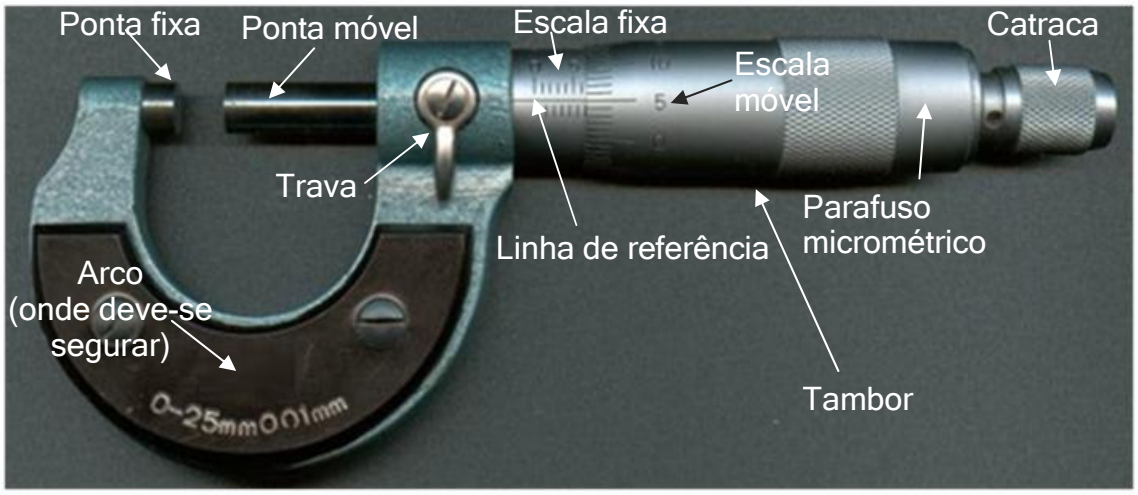
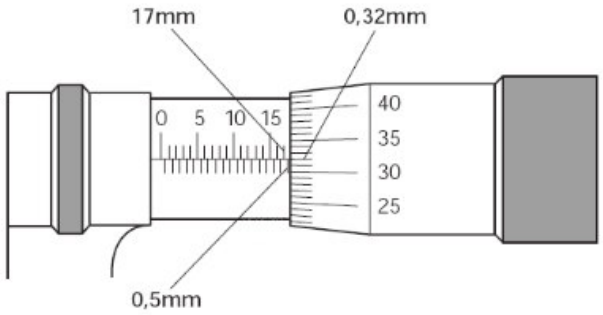


Figura 4.12. Esquema de um micrômetro.

Para realizar uma medida com o micrômetro, deve-se:

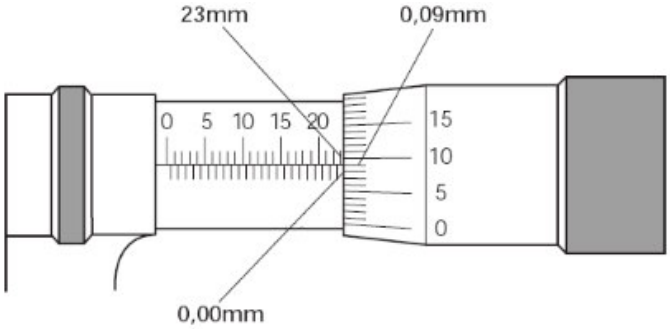
1. Posicionar o objeto a ser medido entre as faces da ponta fixa e da ponta móvel do micrômetro;
2. Girar o tambor até que as faces encostem no objeto suavemente. Para tanto, deve-se utilizar o parafuso de fricção ou catraca fornecendo a pressão adequada para a medida;
3. Ler quais os milímetros inteiros na escala fixa que estão visíveis antes da borda tambor;
4. Ver se a marcação de meio milímetro, superior ao último milímetro inteiro medido, já está visível;
5. Ler os centésimos de milímetros na escala móvel, ou seja, no tambor.

Para entender como obter o resultado final, veja o exemplo a seguir:



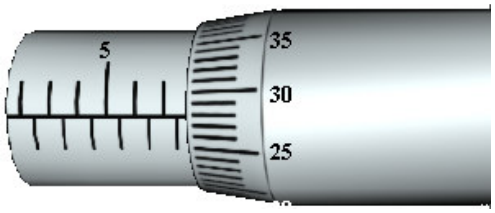
i. A leitura dos inteiros é 17 mm;
ii. A marcação de meio milímetro já está aparente, portanto, têm-se mais 0,5 mm;
iii. A leitura na escala do tambor é 0,32 mm;
iv. O resultado final é 17+0,5+0,32 = **17,82 mm**.

Outro exemplo:

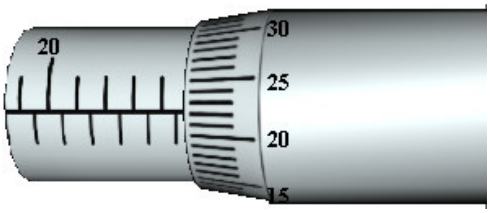


i. A leitura dos inteiros é 23 mm;
ii. A marcação de meio milímetro não está aparente ainda;
iii. A leitura na escala do tambor é 0,09 mm;
iv. O resultado final é 23+0+0,09 = **23,09 mm**.

<u>Exercício proposto:</u> Indique as leituras exemplificadas nos micrômetros apresentados a seguir.



L=_____



L=_____

4.2. Objetivos

Nesta experiência, o aluno aprenderá a manusear dois instrumentos, o paquímetro e o micrômetro, e a tratar dos dados de forma adequada para obtenção dos resultados experimentais e das incertezas.

4.3. Materiais e Métodos

Os materiais necessários para realização deste experimento são:

- Paquímetro
- Micrômetro
- 2 tubos cilíndricos de diâmetros e/ou alturas diferentes;
- 2 esferas de diâmetros diferentes.

Roteiro Experimental:

i. Com o paquímetro, meça o diâmetro interno, o diâmetro externo e a altura de cada tubo cilíndrico. Repita cada medida 5 vezes. A partir das medidas, determine o valor médio e a incerteza total (combinada) para cada dimensão medida;
ii. Com o micrômetro, meça o diâmetro de cada esfera. Repita cada medida 5 vezes. A partir das medidas, determine o valor médio e a incerteza total para cada dimensão medida;

Durante a coleta dos dados, os alunos devem analisar se eles estão dentro do esperado, buscando identificar possíveis erros nas medidas. Dados coletados sem que haja o devido cuidado e atenção resultam em resultados incorretos e de difícil discussão.

4.4. Tabela de Dados

Tabela 4.1: Dados coletados com o paquímetro e com o micrômetro.

Paquímetro				
Cilindro _____		Altura (cm)	Diâmentro Interno (cm)	Diâmentro Externo (cm)
	Medida 1			
	Medida 2			
	Medida 3			
	Medida 4			
	Medida 5			
	Média			
	Desvio Padrão			
	σ_a			
	σ_b			
	σ_c			
	Resultado	(_____±_____)_____	(_____±_____)_____	(_____±_____)_____
Cilindro _____		Altura (cm)	Diâmentro Interno (cm)	Diâmentro Externo (cm)
	Medida 1			
	Medida 2			
	Medida 3			
	Medida 4			
	Medida 5			
	Média			
	Desvio Padrão			
	σ_a			
	σ_b			
	σ_c			
	Resultado	(_____±_____)_____	(_____±_____)_____	(_____±_____)_____

Micrômetro					
Esfera _____		Diâmetro (mm)	Esfera _____		Diâmetro (mm)
	Medida 1			Medida 1	
	Medida 2			Medida 2	
	Medida 3			Medida 3	
	Medida 4			Medida 4	
	Medida 5			Medida 5	
	Média			**Média**	
	Desvio Padrão			Desvio Padrão	
	σ_a			σ_a	
	σ_b			σ_b	
	σ_c			σ_c	
	Resultado	(_____±_____)_____		Resultado	(_____±_____)_____

4.5. Discussão

A partir dos dados, determine:

1. Os volumes das cascas cilíndricas com as respectivas incertezas (que devem ser estimadas por meio da propagação das incertezas associadas a cada uma das variáveis);
2. Os volumes das esferas e suas respectivas incertezas (também por propagação de incertezas);
3. Determine as incertezas relativas em cada caso e discuta se os volumes calculados são precisos;
4. O que você esperaria se a determinação das dimensões tivesse sido feita com uma régua convencional?

5. Lei de Hooke

5.1. Introdução

Quando uma "mola ideal" é submetida a uma deformação (distensão ou compressão), uma força elástica restauradora é gerada de acordo com a Lei do Hooke:

$$F = -k.\Delta x \tag{5.1}$$

onde Δx é o alongamento ou encurtamento da mola e k é chamada de constante elástica da mola e seu valor é uma característica do sistema (mola) em questão.

Na prática, uma "mola real" obedece a lei de Hooke até um certo valor de deformação que chamamos de limite elástico. A partir deste valor, a deformação da mola pode se tornar permanente.

Podemos usar o fato da força restauradora de uma mola ser proporcional a sua deformação para medir forças em situações estáticas. Um dinamômetro, portanto, nada mais é do que uma mola com suas deformações "calibradas" para uma escala de forças. Um dinamômetro pode ser "calibrado" utilizando o arranjo apresentado na Figura 5.1.

Como as massas na Figura 5.1 estão em equilíbrio, têm-se:

$$\left|\vec{P}\right| = \left|\overrightarrow{F_{el}}\right| \tag{5.2}$$

Portanto:

$$m.g = k.\Delta x \tag{5.3}$$

De acordo com a Equação 5.3, se fizermos um gráfico em papel milimetrado do Peso versus Δx, deveremos obter uma reta cujo coeficiente angular é a constante elástica da mola.

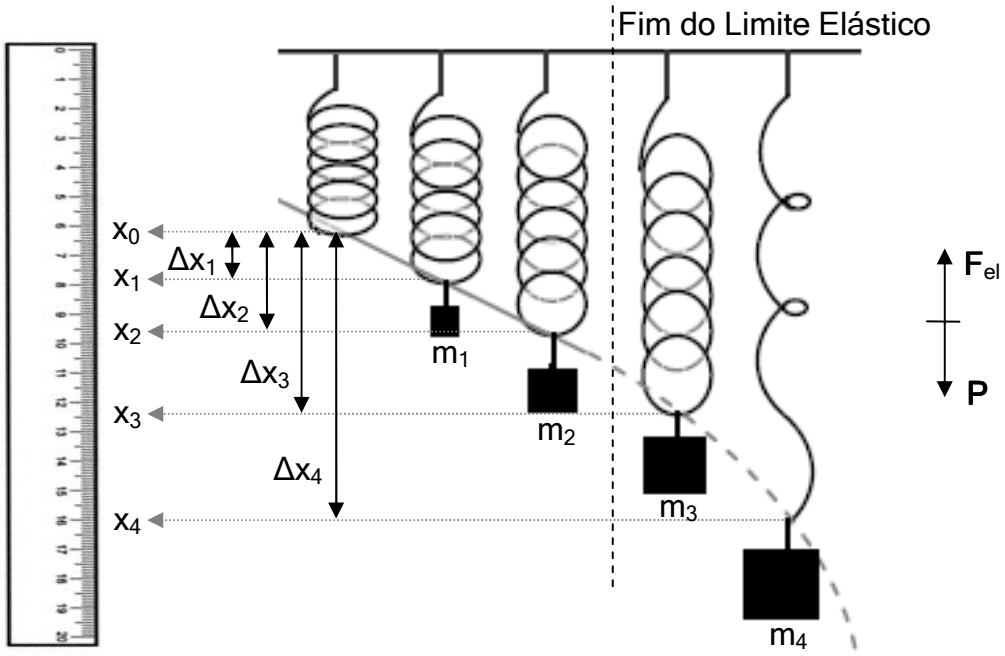


Figura 5.1: Esquema do arranjo para “calibrar” uma mola como dinamômetro.

5.2. Objetivos

O objetivo principal desta experiência é proporcionar aos alunos uma melhor compreensão da Lei de Hooke, por meio da construção e calibração de dois “dinamômetros” rudimentares. O aluno aprenderá a determinar a constante elástica de uma mola utilizando um arranjo experimental simples.

5.3. Materiais e Métodos

Os materiais necessários para realização deste experimento são:

- 2 molas com fios de mesmo material e espessura, mas com diferentes diâmetros do enrolamento
- Suporte para mola com tripé e escala graduada
- Suporte aferido para massas
- Conjunto de massas aferidas

A Figura 5.2 apresenta uma ilustração do arranjo experimental utilizado.

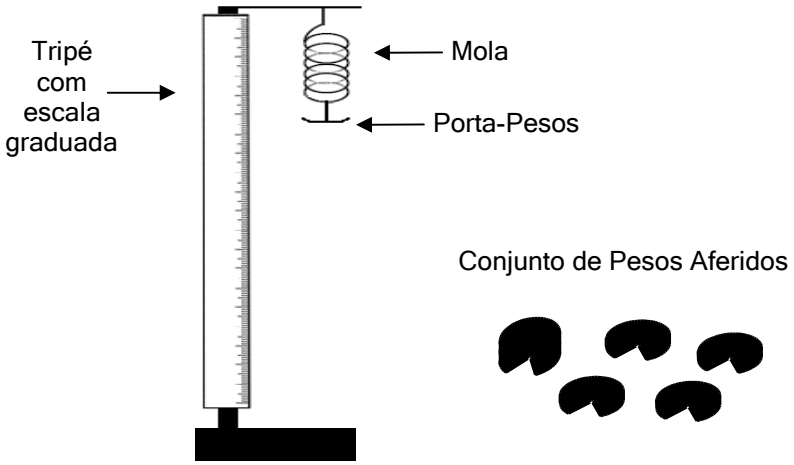


Figura 5.2: Esquema do aparato experimental.

Roteiro Experimental:

i. Coloque uma mola suspensa e, sem nenhuma deformação aplicada, determine posição de equilíbrio da mola, que definida como a origem (x_0).
ii. Pendure o porta-pesos, cuja massa deve ser conhecida, e anote o valor de x correspondente à deformação da mola.
iii. Complete a tabela medindo as deformações causadas por outros 7 valores diferentes de massa, tomando o cuidado de não ultrapassar o limite elástico da mola e deformá-la permanentemente.
iv. Ao retirar as massas, observe se a posição da mola sem deformação, ou seja, x_0, sofreu alguma variação.
v. Repita os procedimentos anteriores para a segunda mola.

Assim como foi dito para a experiência anterior, é fundamental que os alunos analisem os dados durante a realização do experimento, buscando identificar e corrigir possíveis erros nas medidas. Esta recomendação é válida para *todos os experimentos* a serem realizados.

5.4. Tabela de Dados

Tabela 5.1: Dados coletados na experiência de Lei de Hooke.

Mola:_____						**X_0 (m):_____**						
	m	Peso	X (m)			**X**	σ_a	σ_b	σ_c	ΔX	$\sigma_{\Delta X}$	Resultado de ΔX
	(Kg)	(N)	Medida 1	Medida 2	Medida 3	(m)	(m)	(m)	(m)	(m)	(m)	
Massa 1												(_____±_____)_____
Massa 2												(_____±_____)_____
Massa 3												(_____±_____)_____
Massa 4												(_____±_____)_____
Massa 5												(_____±_____)_____
Massa 6												(_____±_____)_____
Massa 7												(_____±_____)_____
Massa 8												(_____±_____)_____
Mola:_____						**X_0 (m):_____**						
	m	Peso	X (m)			**X**	σ_a	σ_b	σ_c	ΔX	$\sigma_{\Delta X}$	Resultado de ΔX
	(Kg)	(N)	Medida 1	Medida 2	Medida 3	(m)	(m)	(m)	(m)	(m)	(m)	
Massa 1												(_____±_____)_____
Massa 2												(_____±_____)_____
Massa 3												(_____±_____)_____
Massa 4												(_____±_____)_____
Massa 5												(_____±_____)_____
Massa 6												(_____±_____)_____
Massa 7												(_____±_____)_____
Massa 8												(_____±_____)_____
σ_b em m=_____Kg			→	σ_b no peso=_____N								

5.5. Discussão

1. A partir dos dados obtidos, construa, em papel milimetrado, um gráfico da força peso em função da elongação para cada uma das molas avaliadas. Utilize, para tanto, o valor de $g = 9{,}78\, m/s^2$ (valor da aceleração da gravidade a aproximadamente 6º de latitude sul). Qual é o comportamento do gráfico? Podemos afirmar que as molas obedecem à lei de Hooke? Por quê?
2. Determine o valor do coeficiente angular da reta ajustada e, a partir dele, determine a constante elástica de cada mola.
3. Qual a relação entre a constante elástica das molas e o diâmetro do enrolamento?
4. Qual é o significado físico da constante elástica de uma mola? O que é que ela indica?
5. Quais as dificuldades encontradas na execução do experimento? Como será que estas dificuldades afetaram os dados obtidos?
6. Houve deformações permanentes na mola?

6. Atrito Estático

6.1. Introdução

Sempre que dois corpos estão em contato, existe uma resistência opondo-se ao movimento relativo dos mesmos. Este fenômeno denomina-se atrito. Sua origem é a existência das forças entre as moléculas das superfícies dos dois corpos.

A força de atrito assim gerada possui características bem particulares e, devido à grande complexidade do fenômeno, só é possível estabelecer leis empíricas. Para superfícies secas, essas leis foram estabelecidas por Coulomb, em 1781.

Considere a situação ilustrada na Figura 6.1.

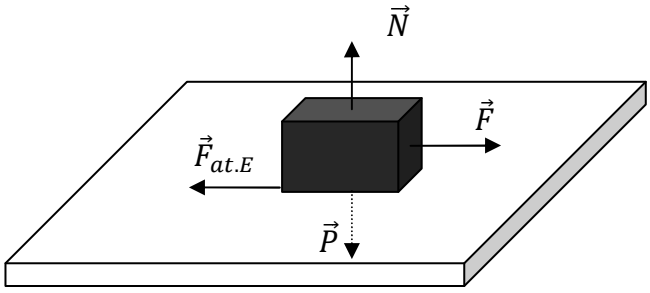


Figura 6.1: Esquema de força em um plano horizontal.

Para colocar o corpo em movimento, é necessário aplicar uma força $\vec{F}$, paralelamente ao plano horizontal, que tenha $|\vec{F}|$ superior a um certo valor mínimo. Este valor mínimo corresponde ao valor máximo da força de atrito estático e pode ser dado por:

$$|\vec{F}| = |\vec{F}_{at.E}| = \mu_E . |\vec{N}| \qquad (6.1)$$

onde μ_E é conhecido como coeficiente de atrito estático e N é o módulo da reação normal do plano. A direção e sentido de $\vec{F}_{at.E}$ é tal que esta força sempre se opõe ao movimento ou "tentativa" de movimento do corpo.

É possível também colocar o bloco em movimento a partir da inclinação do plano de base, como ilustra a Figura 6.2.

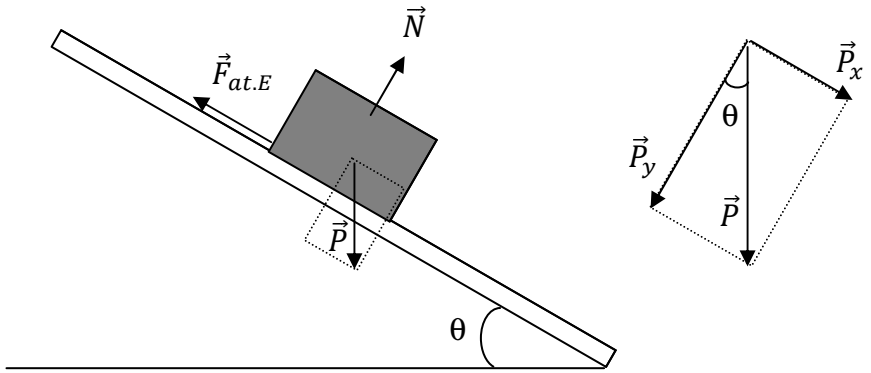


Figura 6.2: Esquema de força em um plano inclinado.

Analisando o esquema de forças da Figura 6.2, têm-se:

$$|\vec{P}|.cos\theta = |\vec{N}| \tag{6.2}$$

$$|\vec{P}|.sen\theta = |\vec{F}_{at.E}| \tag{6.3}$$

mas, $|\vec{F}_{at.E}| = \mu_E.|\vec{N}|$, portanto:

$$|\vec{P}|.sen\theta = \mu_E.|\vec{N}| \tag{6.4}$$

dividindo (6.4) por (6.2), têm-se:

$$\mu_E = tg\theta \tag{6.5}$$

6.2. Objetivos

Nesta experiência, o aluno aprenderá a determinar o coeficiente de atrito estático por dois métodos diferentes.

6.3. Materiais e Métodos

Os materiais necessários para realização deste experimento são:

- Placa de vidro
- Bloco de madeira
- Dinamômetro
- Massas aferidas
- Balança
- Transferidor

1ª Parte: Plano Horizontal

Roteiro Experimental:

i. Determine a massa do bloco de madeira, utilizando a balança ou o próprio dinamômetro;
ii. Coloque o bloco de madeira, preso ao dinamômetro, sobre a placa de vidro;
iii. Mantendo o dinamômetro paralelo à superfície da placa de vidro, puxe-o lentamente até que o bloco comece a se deslocar;
iv. Anote o valor desta força utilizando a escala do dinamômetro;
v. Coloque o bloco na mesma posição inicial e repita os procedimentos iii e iv por 5 vezes (de preferência com observadores diferentes);
vi. Acrescentando massas diferentes ao bloco, repita os procedimentos iii, iv e v por mais 4 vezes.

2ª Parte: Plano Inclinado

Roteiro Experimental:

i. Coloque o bloco de madeira sobre a placa de vidro, mantendo a posição inicial utilizada na 1ª. Parte;
ii. Posicione o transferidor, de forma a medir o ângulo de inclinação da placa de vidro;
iii. Incline lentamente a placa de vidro até que o bloco comece a se deslocar;
iv. Anote o valor do ângulo de inclinação;
v. Coloque o bloco na mesma posição inicial e repita os procedimentos iii e iv por 5 vezes (de preferência com observadores diferentes);
vi. Acresce massa ao bloco, repita os procedimentos iii, iv e v.

6.4. Tabela de Dados

Tabela 6.1: Dados coletados na experiência de atrito estático.

Plano Horizontal												
	m (Kg)	Peso (N)	Força (N)					**F** (N)	σ_a (N)	σ_b (N)	σ_c (N)	Resultado de F
			Medida 1	Medida 2	Medida 3	Medida 4	Medida 5					
Massa 1												(_____±_____)_____
Massa 2												(_____±_____)_____
Massa 3												(_____±_____)_____
Massa 4												(_____±_____)_____
Massa 5												(_____±_____)_____
σ_b em m=_____Kg			→	σ_b no peso=_____N								
Plano Inclinado												
	Massa (Kg)	Peso (N)	θ (°)					**θ** (°)	σ_a (°)	σ_b (°)	σ_c (°)	Resultado de θ
			Medida 1	Medida 2	Medida 3	Medida 4	Medida 5					
Massa 1												(_____±_____)_____
Massa 2												(_____±_____)_____

6.5. Discussão

1ª Parte: Plano Horizontal

1. A partir dos dados obtidos, construa, em papel milimetrado, um gráfico da força aplicada versus a força peso. Levando em conta que o peso do arranjo "bloco+massas aferidas" deve ser numericamente igual à força de reação normal da placa de vidro, qual o comportamento esperado para este gráfico?
2. Determine o valor do coeficiente angular do gráfico, com a sua respectiva incerteza, e, a partir dele, determine $\mu_E \pm \sigma_{\mu_E}$.

2ª Parte: Plano Inclinado

1. Como variou θ com o aumento da massa? Este comportamento está dentro do esperado?
2. Determine $\mu_E \pm \sigma_{\mu_E}$ a partir dos valores de θ.
3. Qual a diferença percentual entre os valores de μ_E determinados na 1ª. Parte e na 2ª Parte? Esta diferença é razoável?
4. Em qual dos dois experimentos foram encontradas mais dificuldades para realização das medidas? Que dificuldades foram estas e como elas devem ter interferido nas medidas?

7. Movimento Parabólico

7.1. Introdução

Nesta experiência, será estudado o Movimento Parabólico que é executado por um projétil quando é lançado com uma velocidade inicial $\vec{v}_0$, formando um ângulo θ com a horizontal. A trajetória parabólica ocorrerá se a resistência do ar for desprezível e a altura atingida pelo projétil for pequena, de modo que a aceleração da gravidade pode ser considerada constante. Uma ilustração deste tipo de movimento pode ser observada na Figura 7.1.

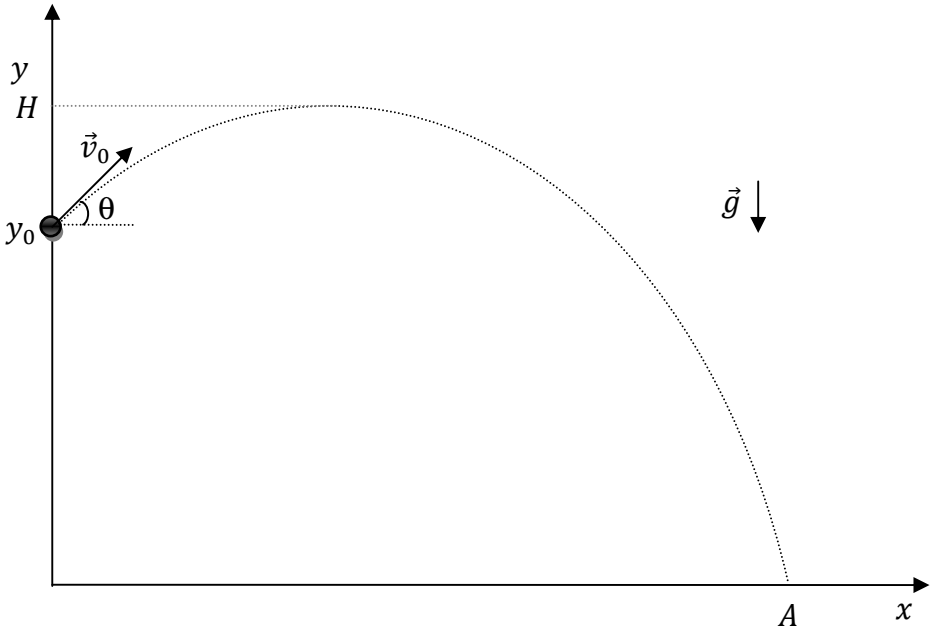


Figura 7.1: Ilustração de um movimento parabólico.

Podemos decompor o movimento do projétil em dois "movimentos" na direção x e y. Desprezando a resistência do ar, a única força que age sobre o corpo é a força peso, que tem direção vertical (direção y). Assim sendo, o movimento na direção x é retilíneo uniforme e na direção y é retilíneo uniformemente variado, sob ação da aceleração da gravidade. Considerando que o projétil é lançado no instante $t_0 = 0$ com velocidade $\vec{v}_0$, têm-se:

$$x = x_0 + v_{0x}.t \tag{7.1}$$

$$y = y_0 + v_{0y}.t - \frac{1}{2}gt^2 \tag{7.2}$$

onde v_{0x} e v_{0y} são as componentes da velocidade inicial nas direções de x e y respectivamente e valem:

$$v_{0x} = v_0.cos\theta \tag{7.3}$$

$$v_{0y} = v_0.sen\theta \tag{7.4}$$

Considerando um caso mais simples, ilustrado na Figura 7.2, onde o projétil é lançado horizontalmente da posição inicial $y_0 = H$ e $x_0 = 0$, ou seja, com $\theta = 0$, $v_{0y} = 0$ e $v_{0x} = v_0$, as Equações 7.1 e 7.2 se reduzem a:

$$x = v_0.t \tag{7.5}$$

$$y = H - \frac{1}{2}gt^2 \tag{7.6}$$

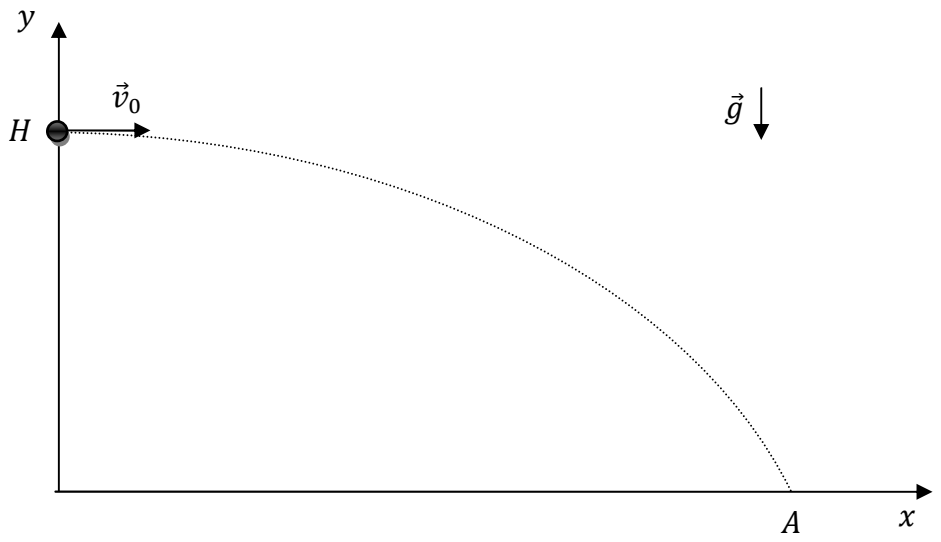


Figura 7.2: Ilustração de um movimento parabólico simplificado.

O alcance (A) do projétil é definido como a distância em x entre o ponto de lançamento e o ponto de impacto. O instante de impacto com o solo é denominado de t_A. Pode-se determinar A e t_A fazendo $y(t_A) = 0$ e $x(t_A) = A$ nas Equações 7.5 e 7.6. Desta forma:

$$t_A = \sqrt{\frac{2H}{g}} \tag{7.7}$$

$$A = v_0 . t_A = v_0 . \sqrt{\frac{2H}{g}} \tag{7.8}$$

7.2. Objetivos

O objetivo desta experiência é contribuir para a compreensão das equações que regem os movimentos parabólicos por meio do lançamento horizontal de uma esfera metálica. Além disso, o aluno aprenderá a comparar dados calculados a partir de valores teóricos e condições iniciais do sistema, com dados obtidos experimentalmente. O último objetivo é a determinação do valor da aceleração da gravidade a partir dos dados experimentais.

7.3. Materiais e Métodos

Os materiais necessários para realização deste experimento são:

- Dispositivo para Lançamento Horizontal de Projéteis
- Esfera de Aço
- Dispositivo para Receber a Esfera
- Bases de Apoio
- Haste de Sustentação
- Banco Óptico
- Cronômetro Digital
- Réguas com Marcadores
- Trenas
- Fios Diversos

A Figura 7.3 apresenta um esquema do aparato experimental utilizado.

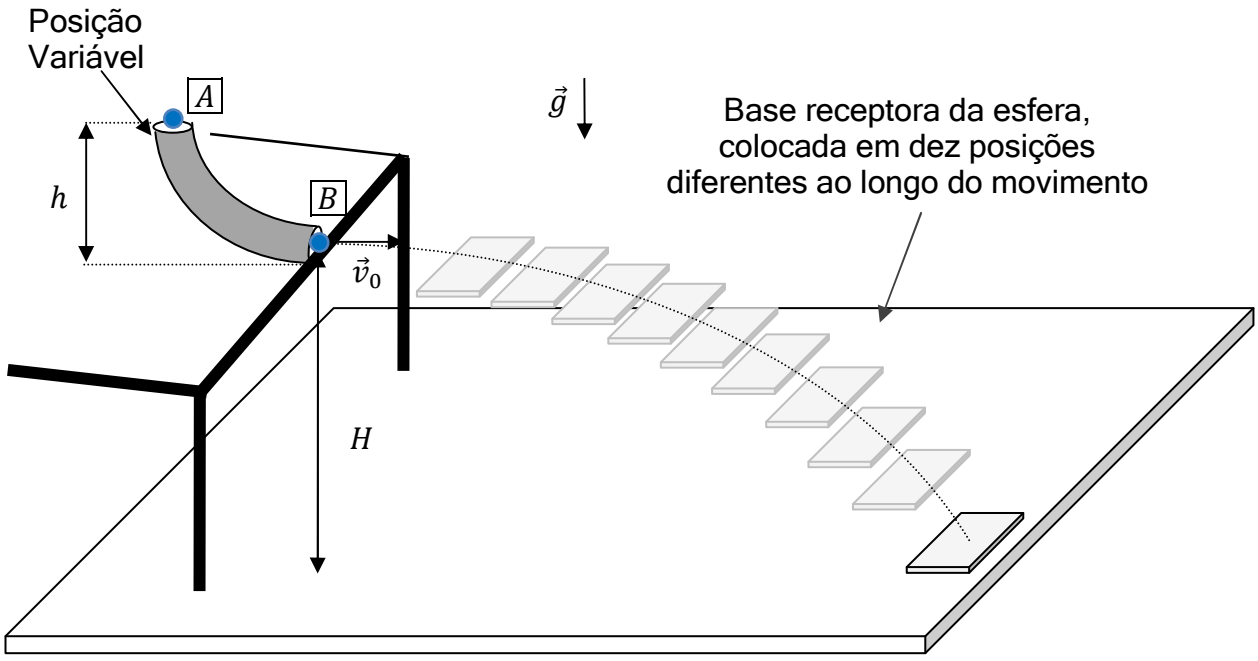


Figura 7.3: Esquema do aparato experimental.

O dispositivo de lançamento é um tubo que tem uma extremidade fixa na base do lançador e outra extremidade móvel. A velocidade de lançamento é regulada pela altura da extremidade móvel do tubo e pode ser calculada por conservação de energia entre os pontos A e B da Figura 7.3. Considerando que em A o projétil só tem energia potencial e em B ele só tem energia cinética, têm-se:

$$mgh = \frac{mv_0^2}{2}$$

$$v_0 = \sqrt{2gh} \tag{7.9}$$

Quando a esfera é lançada, o cronômetro digital é disparado e, ao atingir o apoio, o cronômetro trava medindo o tempo de percurso entre disparo e o momento do toque no apoio.

Roteiro Experimental:

i. Discuta uma forma de determinar experimentalmente a velocidade inicial da esfera neste arranjo e realize as medidas necessárias para tanto;
ii. Escolha um sistema referencial e discuta uma forma de medir as coordenadas de posição (x e y) da esfera neste referencial;
iii. Que tipo de movimento você espera para as componentes x e y como função do tempo?
iv. Posicione o sistema receptor da esfera de tal a interceptar a esfera em algum ponto ao longo do seu movimento, ou seja, numa posição em que a esfera, ao ser lançada, caia na região central da base de apoio;
v. Coloque uma folha de papel com um carbono na base de apoio para que o ponto de impacto possa ser registrado;
vi. Para cada posição escolhida realize pelo menos três lançamentos da esfera, medindo os valores do tempo de vôo em cada lançamento e gerando 3 marcações de impacto no papel da base de apoio;
vii. Meça as coordenadas x e y do ponto médio de impacto, em relação ao referencial escolhido inicialmente;
viii. Repita os procedimentos iv a vii para outras nove posições diferentes ao longo do movimento.

7.4. Tabela de Dados

Tabela 7.1: Dados coletados na experiência de movimento parabólico.

	h (m)	**X** (m)	Tempo (s)			**t** (s)	σ_a (s)	σ_b (s)	σ_c (s)	Resultado de t	t^2 (s^2)	σ_{t2} (s^2)	Resultado de t^2
			Medida 1	Medida 2	Medida 3								
Altura 1										(_____±_____)_____			(_____±_____)_____
Altura 2										(_____±_____)_____			(_____±_____)_____
Altura 3										(_____±_____)_____			(_____±_____)_____
Altura 4										(_____±_____)_____			(_____±_____)_____
Altura 5										(_____±_____)_____			(_____±_____)_____
Altura 6										(_____±_____)_____			(_____±_____)_____
Altura 7										(_____±_____)_____			(_____±_____)_____
Altura 8										(_____±_____)_____			(_____±_____)_____
Altura 9										(_____±_____)_____			(_____±_____)_____
Altura 10										(_____±_____)_____			(_____±_____)_____
σ_b em h e em X=_____m													

7.5. Discussão

1. Com os valores médios obtidos para x, y e t, com as respectivas incertezas, faça dois gráficos: um de x versus t e outro de y versus t^2 em papel milimetrado. Marque as incertezas associadas a todos os pontos e, para tanto, é preciso determinar a incerteza t^2, a partir da incerteza em t, por propagação de incertezas;
2. Discuta os gráficos. Estão dentro do esperado?
3. A partir do gráfico x versus t, determine a velocidade inicial da esfera, com sua respectiva incerteza;
4. A partir do gráfico de y versus t^2, determine o valor experimental da aceleração da gravidade, com incerteza. Compare este valor com o valor de $g = 9{,}78\, m/s^2$ (valor da aceleração da gravidade a aproximadamente 6º de latitude sul).
5. Supondo que a energia da bolinha se conserva no movimento dentro do tubo, calcule qual seria o valor teórico esperado para a velocidade da bolinha. Admita $g = 9{,}78\, m/s^2$. Compare este valor com o valor de v_0 determinado no item 3.
6. Utilizando o valor do H, e o valor teórico de g, determine t_A e A através das Equações 7.7 e 7.8;
7. Determine t_A e A a partir dos gráficos de x versus t e y versus t^2, e compare com os valores obtidos no item anterior;
8. Os valores experimentais e teóricos foram similares?
9. O que, no experimento, pode ser uma fonte de erros, ocasionando desvios entre as medidas e os valores esperados?

8. Segunda Lei de Newton

8.1. Introdução

Isaac Newton, em 1687, tendo como base as experiências de Galileu e outros cientistas da época, foi o primeiro a enunciar leis que formam o corpo do que conhecemos hoje como a Mecânica Clássica. As três Leis do Movimento de Newton causaram uma profunda revolução no modo de pensar o universo: grande parte dos fenômenos naturais conhecidos até aquela época poderiam ser explicados com base em apenas três leis aparentemente desconexas com a realidade.

A Segunda Lei de Newton descreve exatamente como deve ser movimento de um corpo qualquer dado o campo de forças que atua sobre ele. Segundo o próprio enunciado de Newton: "A variação do momento é proporcional à força impressa e tem a direção da força". Ou seja, a força é a taxa de variação temporal do momento. Matematicamente têm-se:

$$\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt} \tag{8.1}$$

Assumindo que a massa de um determinado corpo não varia com o tempo, teremos:

$$\vec{F} = m\frac{d\vec{v}}{dt} = m\vec{a} \tag{8.2}$$

A velocidade $\vec{v}$ obtida pela aplicação de uma força constante é dada como função do tempo através da expressão:

$$\vec{v} = \frac{\vec{F}}{m}t \tag{8.3}$$

para $\vec{v}_0 = 0$. Para a distância percorrida pelo corpo, têm-se:

$$\Delta\vec{x} = \vec{x} - \vec{x}_0 = \frac{1}{2}\frac{\vec{F}}{m}t^2 \tag{8.4}$$

8.2. Objetivos

O objetivo desta experiência é estudar o movimento de um corpo sob ação de uma força conhecida, na ausência de atrito, e verificar a dependência da intensidade da aceleração produzida com a massa do corpo. Além disso, os alunos aprenderão como determinar experimentalmente o valor da aceleração da gravidade, verificando a validade da teoria envolvida.

8.3. Materiais e Métodos

Os materiais necessários para realização deste experimento são:

- Trilho de ar
- Turbina para fluxo de ar
- Carrinho
- Dispositivo de lançamento do carrinho, com eletroímã
- Sensor ótico
- Porta-pesos
- Roldana e linha
- Cronômetro digital
- Pesos aferidos
- Fios diversos, hastes e suportes

A Figura 8.1 apresenta uma ilustração do arranjo experimental utilizado. Neste arranjo experimental, um “colchão de ar” é gerado entre a superfície inferior do carrinho e o trilho, eliminando quase que totalmente a força de atrito. O carrinho é posicionado no disparador do trilho e preso à extremidade um fio que passa por uma roldana praticamente sem atrito. A outra extremidade deste fio é amarrada num porta-pesos que fica suspenso na vertical. Ao desligarmos a corrente que alimenta o eletroímã, disparamos o cronômetro e o carrinho é acelerado pela ação da força peso das massas penduradas no porta-pesos. O tempo de vôo do carrinho é medido, colocando-se o sensor ótico na posição desejada. O cronômetro é travado no instante em que o carrinho passa por ele.

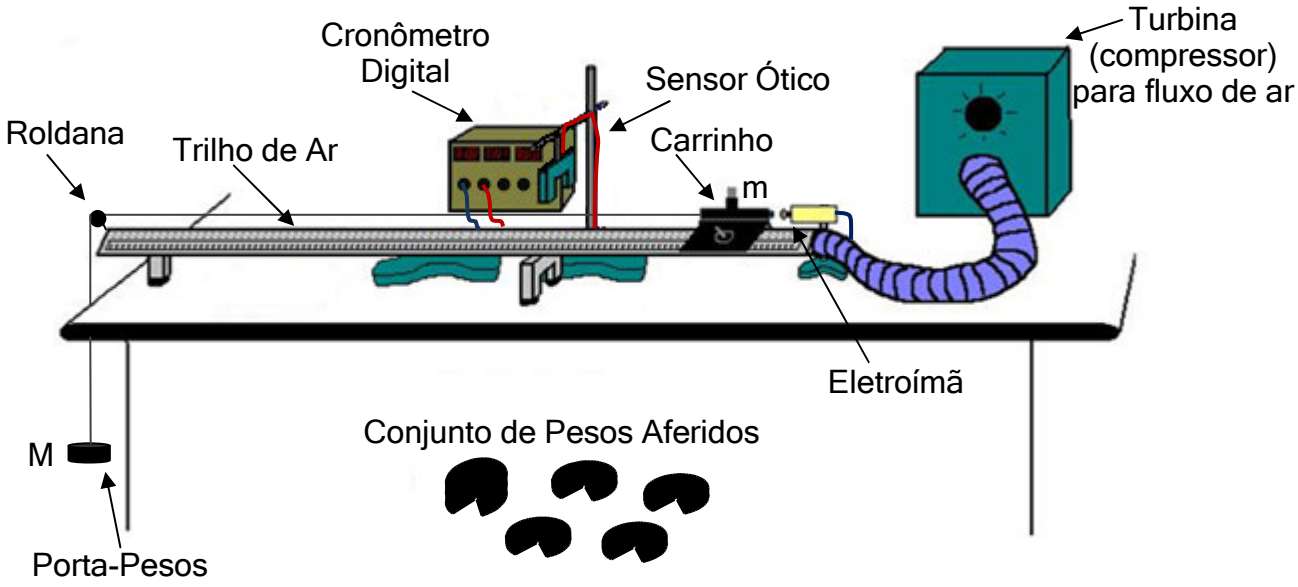


Figura 8.1: Esquema do aparato experimental (adaptado de ilustração feita por Flávio C. T. Maia)

Roteiro Experimental:

i. Ligue a turbina e aumente o fluxo de ar até o máximo;
ii. Posicione o carrinho, desconectado do fio, próximo a parte central do trilho de ar e verifique o nivelamento do trilho;
iii. Determine a massa do carrinho, apenas com a haste e o conector do fio, que chamaremos de m;
iv. Instale o fio no carrinho e prenda-o ao eletroímã ligando a chave;
v. Ligue o cronômetro digital zerando-o em seguida;
vi. Coloque massas aferidas no porta-pesos, denominada de M;
vii. Desligue a chave e observe o movimento resultante;
viii. Discuta que tipo de movimento o carrinho descreve.
ix. Fixe o sensor ótico, medindo sua posição;
x. Determine também a posição inicial do carrinho $\vec{x}(0)$;
xi. Para 5 valores diferentes de massa do carrinho, mantendo fixa a massa no porta-pesos, meça o tempo de vôo 3 vezes para cada configuração;
xii. Repita os procedimentos ix, x e xi para outras 4 posições do sensor ótico ao longo do trilho;
xiii. Não se esqueça de anotar das incertezas de todos os instrumentos utilizados.

8.4. Tabela de Dados

Tabela 8.1: Dados coletados na experiência de Segunda Lei de Newton.

Massa no Porta Peso (M), Kg=							**(MANTER FIXA DURANTE O EXPERIMENTO)**							
Massa no Carrinho m_1 (Kg)=		ΔX (cm)	σ_b em ΔX (cm)	Tempo (s)			**t** (s)	σ_a (s)	σ_b (s)	σ_c (s)	Resultado de t	t^2 (s^2)	σ_{t2} (s^2)	Resultado de t^2
				Medida 1	Medida 2	Medida 3								
	ΔX_1										(_____±_____)_____			(_____±_____)_____
	ΔX_2										(_____±_____)_____			(_____±_____)_____
	ΔX_3										(_____±_____)_____			(_____±_____)_____
	ΔX_4										(_____±_____)_____			(_____±_____)_____
	ΔX_5										(_____±_____)_____			(_____±_____)_____
Massa no Carrinho m_1 (Kg)=		ΔX (cm)	σ_b em ΔX (cm)	Tempo (s)			**t** (s)	σ_a (s)	σ_b (s)	σ_c (s)	Resultado de t	t^2 (s^2)	σ_{t2} (s^2)	Resultado de t^2
				Medida 1	Medida 2	Medida 3								
	ΔX_1										(_____±_____)_____			(_____±_____)_____
	ΔX_2										(_____±_____)_____			(_____±_____)_____
	ΔX_3										(_____±_____)_____			(_____±_____)_____
	ΔX_4										(_____±_____)_____			(_____±_____)_____
	ΔX_5										(_____±_____)_____			(_____±_____)_____
Massa no Carrinho m_1 (Kg)=		ΔX (cm)	σ_b em ΔX (cm)	Tempo (s)			**t** (s)	σ_a (s)	σ_b (s)	σ_c (s)	Resultado de t	t^2 (s^2)	σ_{t2} (s^2)	Resultado de t^2
				Medida 1	Medida 2	Medida 3								
	ΔX_1										(_____±_____)_____			(_____±_____)_____
	ΔX_2										(_____±_____)_____			(_____±_____)_____
	ΔX_3										(_____±_____)_____			(_____±_____)_____
	ΔX_4										(_____±_____)_____			(_____±_____)_____
	ΔX_5										(_____±_____)_____			(_____±_____)_____
Massa no Carrinho m_1 (Kg)=		ΔX (cm)	σ_b em ΔX (cm)	Tempo (s)			**t** (s)	σ_a (s)	σ_b (s)	σ_c (s)	Resultado de t	t^2 (s^2)	σ_{t2} (s^2)	Resultado de t^2
				Medida 1	Medida 2	Medida 3								
	ΔX_1										(_____±_____)_____			(_____±_____)_____
	ΔX_2										(_____±_____)_____			(_____±_____)_____
	ΔX_3										(_____±_____)_____			(_____±_____)_____
	ΔX_4										(_____±_____)_____			(_____±_____)_____
	ΔX_5										(_____±_____)_____			(_____±_____)_____
Massa no Carrinho m_1 (Kg)=		ΔX (cm)	σ_b em ΔX (cm)	Tempo (s)			**t** (s)	σ_a (s)	σ_b (s)	σ_c (s)	Resultado de t	t^2 (s^2)	σ_{t2} (s^2)	Resultado de t^2
				Medida 1	Medida 2	Medida 3								
	ΔX_1										(_____±_____)_____			(_____±_____)_____
	ΔX_2										(_____±_____)_____			(_____±_____)_____
	ΔX_3										(_____±_____)_____			(_____±_____)_____
	ΔX_4										(_____±_____)_____			(_____±_____)_____
	ΔX_5										(_____±_____)_____			(_____±_____)_____

8.5. Discussão

No presente caso, o movimento é unidimensional, e a força produzida pelo porta-pesos, cuja massa é M, será:

$$\left|\vec{F}\right| = |M\vec{g}| = Mg \tag{8.5}$$

onde $\vec{g}$ é a aceleração da gravidade. Chamando a massa total do carrinho de m, a equação do movimento será dada por:

$$(m + M)a = Mg \tag{8.6}$$

de modo que a posição obedecerá à relação:

$$x = x_0 + \frac{1}{2}\frac{Mg}{(m + M)}t^2 \tag{8.7}$$

Com base na equação 8.7, realize os seguintes cálculos e discussões:

1. Para cada valor de massa do carrinho, construa um gráfico da distância percorrida ($\Delta x = x - x_0$) como função do quadrado do tempo (t^2).
2. Discuta os gráficos. Estão dentro do esperado?
3. A partir de cada gráfico, determine um valor de aceleração do sistema, com sua respectiva incerteza;
4. Usando os valores de aceleração obtidos no item 3, construa um gráfico de $(m + M)$ versus $1/a$;
5. Que comportamento você espera deste gráfico? Está dentro do esperado?
6. Neste último gráfico, trace a reta que melhor se ajusta aos pontos e determine o coeficiente angular desta reta, com sua respectiva incerteza;
7. Que grandeza representa este coeficiente angular? O resultado obtido está compatível com o valor esperado?
8. Determine, a partir deste coeficiente angular, o valor da aceleração da gravidade com sua respectiva incerteza, e compare-a com o valor teórico de $g = 9{,}78\, m/s^2$.

9. Colisões

9.1. Introdução

Uma grandeza muito importante para o estudo de colisões é o momento linear ou quantidade de movimento, representado por $\vec{p}$ e definido por:

$$\vec{p} = m\vec{v} \tag{9.1}$$

onde m é a massa e $\vec{v}$ a velocidade do objeto em questão.

De acordo com a Segunda Lei de Newton, têm-se:

$$\vec{F} = \frac{d(m\vec{v})}{dt} = \frac{d\vec{p}}{dt} \tag{9.2}$$

onde $\vec{F}$ é a resultante das forças que atuam sobre o corpo. Então, quando esta resultante for nula, o momento $\vec{p}$ do corpo deve se conservar.

Num sistema com vários corpos, é possível definir o momento total do sistema como:

$$\vec{p} = \sum_i \overrightarrow{p_i} = \sum_i m_i \overrightarrow{v_i} \tag{9.3}$$

Para um sistema de corpos, continua valendo a Equação 9.2, e, portanto, se a resultante de todas as forças externas sobre o sistema for nula, o momento total $\vec{p}$ deverá ser constante. E as forças internas? De acordo com a Terceira Lei de Newton, as forças de interação entre dois corpos quaisquer são sempre iguais em módulo e de sentido contrário. Portanto, a resultante de todas as forças internas ao sistema é sempre nula. Assim, podemos enunciar o "Princípio da Conservação do Momento" como: "Num sistema isolado, onde a resultante de todas as forças externas é nula, o momento total do sistema se conserva".

Estudando uma colisão entre dois corpos, é possível definir um sistema isolado, onde a força resultante atuando sobre o sistema seja nula, e que, portanto, o princípio da conservação de momento linear seja obedecido. A partir deste fato, é possível tirar conclusões importantes sobre a colisão, sem necessariamente ter muito conhecimento sobre os detalhes da colisão em si.

Considerando a colisão entre dois corpos ilustrada na Figura 9.1, e se $\overrightarrow{p_i}$ é o momento total antes e $\overrightarrow{p_f}$ é o momento total depois, é possível escrever:

$$\vec{p}_i = \vec{p}_f \tag{9.4}$$

$$\overrightarrow{\vec{p}_{1i}} + \vec{p}_{2i} = \vec{p}_{1f} + \vec{p}_{2f} \tag{9.5}$$

$$m_1 v_{1i} + m_2 v_{2i} = m_1 v_{1f} + m_2 v_{2f} \tag{9.6}$$

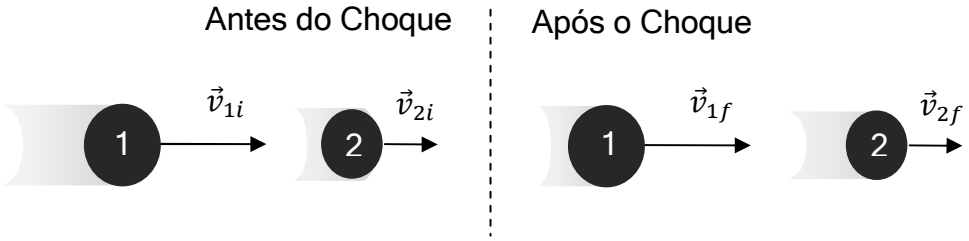


Figura 9.2: Ilustração de uma colisão entre dois corpos.

Entretanto, não se pode confundir a conservação de momento linear com a conservação de energia. Nas colisões que ocorrem em sistemas fechados e isolados, há sempre conservação de momento linear, porque não há força resultante atuando sobre o sistema, mas na maioria das vezes não há conservação da energia cinética. Portanto, as colisões podem ser classificadas em Perfeitamente Elásticas, Parcialmente Elásticas ou Perfeitamente Inelásticas, dependendo do quanto conservam da energia cinética.

Perfeitamente Elásticas: conservam-se a quantidade de movimento e a energia cinética.
Perfeitamente Inelásticas: conserva-se apenas a quantidade de movimento e a perda de energia cinética do sistema é a maior possível. Neste caso, os corpos permanecem juntos após a colisão.
Parcialmente Elásticas: conserva-se apenas a quantidade de movimento e há perda de energia cinética para outras formas de energia, como energia térmica e energia sonora.

Um parâmetro utilizado para classificar o tipo de colisão é o coeficiente de restituição (e), que é definido pela razão entre o módulo da velocidade de afastamento (após o choque) e o módulo da velocidade de aproximação (antes do choque). O coeficiente de restituição é dado, portanto, pela Equação 9.8 e assume valores diferentes para cada tipo de colisões.

$$e = \frac{v_{2f} - v_{1f}}{v_{1i} - v_{2i}} \tag{9.7}$$

Choque perfeitamente elástico: $e = 1$

Choque parcialmente elástico: $0 < e < 1$

Choque perfeitamente inelástico: $e = 0$

9.2. Objetivos

Nesta experiência, serão estudadas colisões unidimensionais entre dois carrinhos sobre o trilho de ar. Os alunos deverão aprender a classificar colisões unidimensionais entre dois carrinhos, na ausência de atrito, além de verificar a validade do princípio da conservação do momento linear e da energia cinética.

9.3. Materiais e Métodos

Os materiais necessários para realização deste experimento são:

- Trilho de ar
- Turbina para fluxo de ar
- Dois carrinhos
- Dispositivo de lançamento do carrinho, com eletroímã
- Dois sensores óticos
- Acessórios para simulação dos diversos tipos de colisões: elástico, agulha, encaixe com massa de modelar
- Cronômetro digital
- Balança
- Fios diversos, hastes e suportes

O arranjo experimental está ilustrado na Figura 9.2. Este arranjo experimental é semelhante ao utilizado na experiência de Segunda Lei de Newton e, novamente, um "colchão de ar" é gerado entre a superfície inferior do carrinho e o trilho, eliminando quase que totalmente a força de atrito.

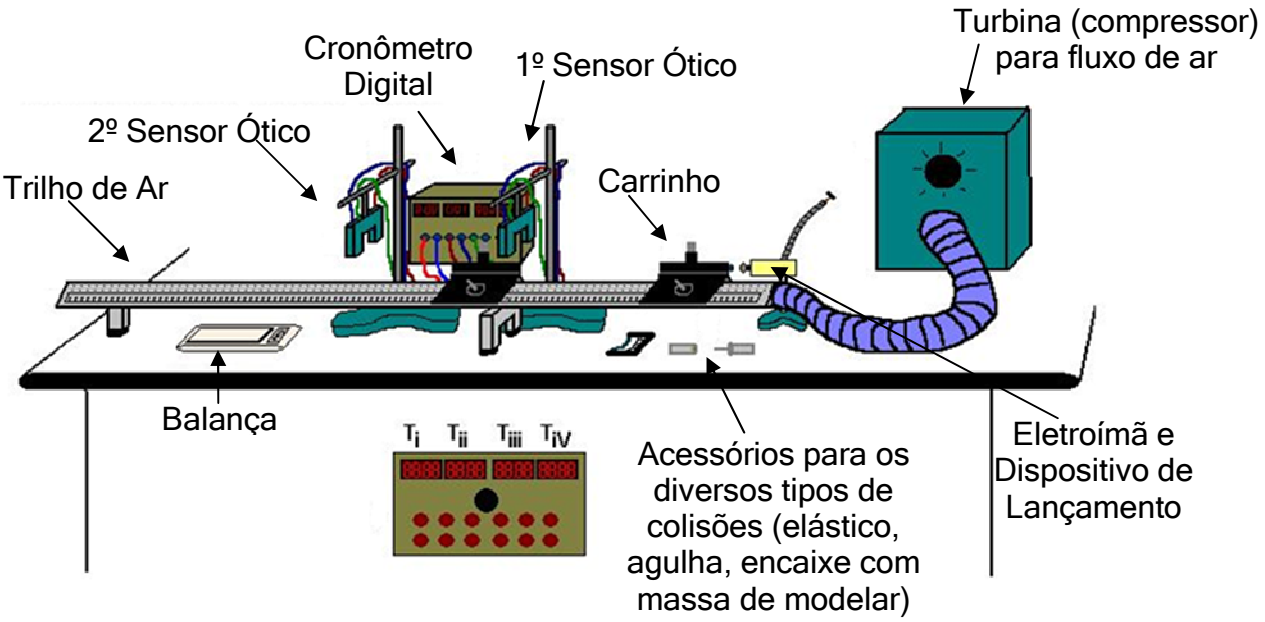


Figura 9.2: Esquema do aparato experimental (ilustração – Flávio C.T. Maia).

Roteiro Experimental:

i. Nivele o trilho;
ii. Meça o comprimento da haste dos carros 1 e 2, utilizando o paquímetro;
iii. Determine as massas dos carrinhos 1 e 2, com acessórios, utilizando a balança;
iv. Coloque o carro 1 preso ao eletroímã com sistema impulsor e o carro 2, adaptado para o tipo de colisão desejada, entre os dois sensores óticos;
v. Por simplicidade, mantenha sempre o carro 2 inicialmente parado;
vi. Desligue a chave e registre os tempos dos cronômetros;
vii. Analise o que cada tempo representa e a que carrinho ele se refere;
viii. Repita os procedimentos iv a vii, pelo menos, 5 vezes, anotando os tempos obtidos;
ix. Repita os procedimentos de iv a viii, adaptando os carrinhos de modo a reproduzir os diversos tipos de colisões;
x. Não se esqueça de anotar das incertezas de todos os instrumentos utilizados.

9.4. Tabela de Dados

Tabela 9.1: Dados coletados na experiência de Colisões.

Primeiro Arranjo:_____			
Massa do Carrinho 1 (Kg)= ±		**ΔX_1 (cm)= ±**	
Massa do Carrinho 2 (Kg)= ±		**ΔX_2 (cm)= ±**	
	Δt_{1i} (s)	Δt_{1f} (s)	Δt_{2f} (s)
Medida 1			
Medida 2			
Medida 3			
Medida 4			
Medida 5			
Média (s)			
Desv. Pad. (s)			
σ_a (s)			
σ_b (s)			
σ_c (s)			
Resultado	(_____±____)___	(_____±____)___	(_____±____)___
v (m/s)			
σ (m/s)			
Resultado	(_____±____)___	(_____±____)___	(_____±____)___
p (Kg.m/s)			
σ (Kg.m/s)			
Resultado	(_____±____)___	(_____±____)___	(_____±____)___
E (J)			
σ (J)			
Resultado	(_____±____)___	(_____±____)___	(_____±____)___
	p_i=(____±___)___	p_f=(____±___)___	
	E_i=(____±___)___	E_f=(____±___)___	
	e=		

Segundo Arranjo:_____			
Massa do Carrinho 1 (Kg)= ±		**ΔX_1 (cm)= ±**	
Massa do Carrinho 2 (Kg)= ±		**ΔX_2 (cm)= ±**	
	Δt_{1i} (s)	Δt_{1f} (s)	Δt_{2f} (s)
Medida 1			
Medida 2			
Medida 3			
Medida 4			
Medida 5			
Média (s)			
Desv. Pad. (s)			
σ_a (s)			
σ_b (s)			
σ_c (s)			
Resultado	(_____±____)___	(_____±____)___	(_____±____)___
v (m/s)			
σ (m/s)			
Resultado	(_____±____)___	(_____±____)___	(_____±____)___
p (Kg.m/s)			
σ (Kg.m/s)			
Resultado	(_____±____)___	(_____±____)___	(_____±____)___
E (J)			
σ (J)			
Resultado	(_____±____)___	(_____±____)___	(_____±____)___
	p_i=(____±___)___	p_f=(____±___)___	
	E_i=(____±___)___	E_f=(____±___)___	
	e=		

Terceiro Arranjo:_____			
Massa do Carrinho 1 (Kg)= ±		**ΔX_1 (cm)= ±**	
Massa do Carrinho 2 (Kg)= ±		**ΔX_2 (cm)= ±**	
	Δt_{1i} (s)	Δt_{1f} (s)	Δt_{2f} (s)
Medida 1			
Medida 2			
Medida 3			
Medida 4			
Medida 5			
Média (s)			
Desv. Pad. (s)			
σ_a (s)			
σ_b (s)			
σ_c (s)			
Resultado	(_____±____)___	(_____±____)___	(_____±____)___
v (m/s)			
σ (m/s)			
Resultado	(_____±____)___	(_____±____)___	(_____±____)___
p (Kg.m/s)			
σ (Kg.m/s)			
Resultado	(_____±____)___	(_____±____)___	(_____±____)___
E (J)			
σ (J)			
Resultado	(_____±____)___	(_____±____)___	(_____±____)___
	p_i=(____±___)___	p_f=(____±___)___	
	E_i=(____±___)___	E_f=(____±___)___	
	e=		

9.5. Discussão

1. Para cada caso investigado, determine as velocidades inicial e final dos carros 1 e 2, com suas respectivas incertezas, determinadas por propagação de incertezas;
2. Determine também as quantidades de movimento e as energias cinéticas inicial e final para cada carrinho e para o sistema todo, todas com incertezas;
3. Calcule o coeficiente de restituição em cada caso, e sua respectiva incerteza;
4. Faça uma análise global de seus resultados, levando em conta as previsões teóricas e os valores obtidos para o momento linear, a energia cinética e o coeficiente de restituição;
5. Responda em cada caso se houve Conservação de Energia e de Quantidade de Momento e comente o que era esperado.
6. Em caso não haver conservação, qual a diferença percentual entre os valores finais e iniciais?
7. Quais as maiores dificuldades encontradas na execução do experimento?

10. Pêndulo Simples

10.1. Introdução

Nesta experiência estudaremos o movimento periódico executado por uma esfera de aço suspensa por um fio de massa desprezível. O esquema de um pêndulo simples está ilustrado na Figura 10.1.

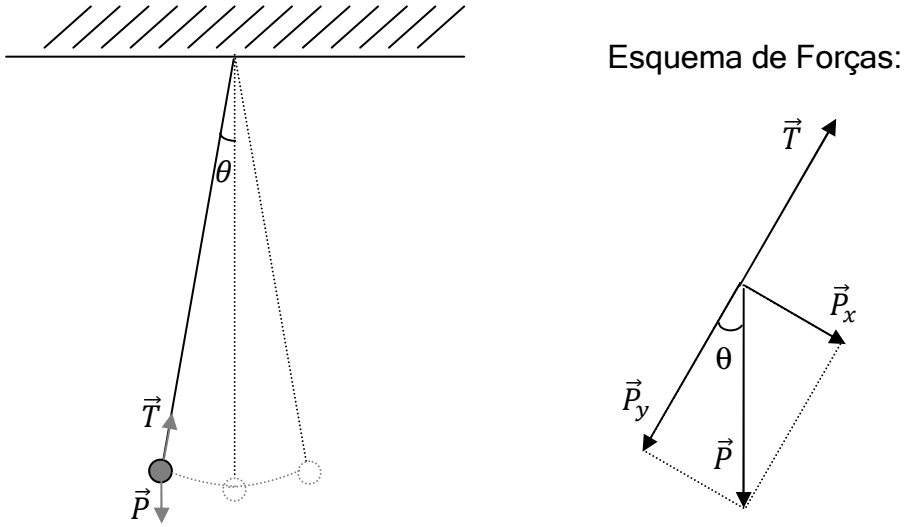


Figura 10.1: Esquema do pêndulo simples, onde L é o comprimento do fio, m a massa da esfera e θ o ângulo formado com a vertical.

O movimento oscilatório ocorre devido à ação da componente $\vec{P}_x$ da força $\vec{P}$. Portanto:

$$\overrightarrow{F_x} = -\overrightarrow{P_x} \tag{10.1}$$

onde o sinal negativo indica que a força atuando no sistema é restauradora. Observe que a componente $\vec{P}_x$ muda de módulo e de sentido durante o

movimento, atuando sempre no sentido de fazer a esfera retornar a posição central. Desenvolvendo a Equação 10.1, têm-se:

$$ma_x = -mg \operatorname{sen} \theta \tag{10.2}$$

Mas,

$$a_x = \frac{d^2x}{dt^2} \tag{10.3}$$

e,

$$x = L.\theta \tag{10.4}$$

$$\therefore \frac{d^2(L.\theta)}{dt^2} = -g \operatorname{sen} \theta$$

$$\frac{d^2\theta}{dt^2} + \frac{g}{L} \operatorname{sen} \theta = 0 \tag{10.5}$$

Esta é a equação de movimento do Pêndulo Simples, que pode ser simplificada quando o deslocamento angular θ do pêndulo em relação à vertical for pequeno. Para $\theta < 15°$, temos que $\operatorname{sen} \theta \approx \theta$, e a Equação 10.5 se reduz a:

$$\frac{d^2\theta}{dt^2} + \frac{g}{L}\theta = 0 \tag{10.6}$$

Esta equação é típica dos movimentos harmônicos simples, cuja solução geral é:

$$\theta(t) = \theta_0 \cos(\omega t + \phi) \tag{10.7}$$

Atividade sugerida: Confira que $\theta(t)$ é solução de 10.6, e que:

$$\omega^2 = \frac{g}{L} \tag{10.8}$$

e como,

$$\omega = \frac{2\pi}{T} \tag{10.9}$$

$$\therefore \boxed{T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}} \tag{10.10}$$

10.2. Objetivos

O objetivo desta experiência é estudar o movimento de um pêndulo simples, determinando a dependência entre o período de oscilação e o seu comprimento.

10.3. Materiais e Métodos

Os materiais necessários para realização deste experimento são:

- Esfera preá a um fio
- Eletroímã
- Fonte de tensão
- Sensor ótico
- Cronômetro digital
- Tripé e haste de sustentação
- Chave 2 pólos/2 posições
- Trena
- Micrômetro
- Transferidor

O arranjo experimental está ilustrado na Figura 10.2. O eletroímã (2) retém a esfera metálica enquanto a chave (7) estiver na posição ligada. Quando a chave é desligada, a esfera (1) é abandonada do repouso ao mesmo tempo em que o cronômetro (5) é disparado. Ao atravessar o sensor ótico (4), a haste presa à esfera trava o cronômetro (5) registrando o tempo gasto pela esfera para percorrer 1/4 do período do seu movimento oscilatório.

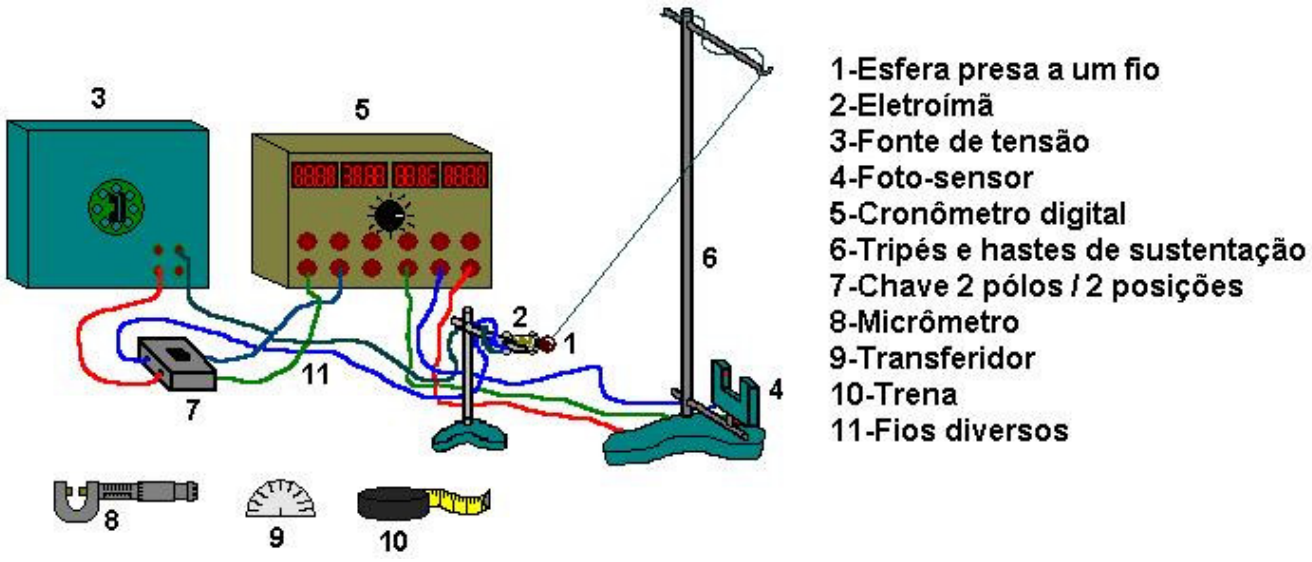


Figura 10.2: Esquema do aparato experimental (ilustração – Flávio C.T. Maia).

Roteiro Experimental:

i. Meça o comprimento L do pêndulo (leve em conta o raio da esfera);
ii. Escolha um valor de θ, tal que o limite $\text{sen}\ \theta \approx \theta$ ainda seja válido, ou seja, θ não deve superar 15°;
iii. Posicione o eletroímã no ponto escolhido;
iv. Faça um teste prévio para garantir que a esfera passará corretamente pelo sensor ótico. Para tanto, observe o movimento do pêndulo. Se necessário, ajuste a posição do sensor ótico de forma que a haste presa à esfera passe pela parte central do mesmo;
v. Ligue os cronômetros digitais e solte a esfera desligando a chave;
vi. Meça 5 vezes o tempo gasto pela esfera para percorrer $1/4$ do período;
vii. Repita os procedimentos de i a vi para outros 9 valores de L, procurando manter o ângulo inicial constante.

10.4. Tabela de Dados

Tabela 10.1: Dados coletados na experiência de Pêndulo Simples.

Pêndulo Simples													
	L (cm)	σ_b em L (cm)	Ângulo (°)	Tempo (s)					**t** (s)	σ_a (s)	σ_b (s)	σ_c (s)	Resultado de t
				Medida 1	Medida 2	Medida 3	Medida 4	Medida 5					
L_1													(_____±_____)_____
L_2													(_____±_____)_____
L_3													(_____±_____)_____
L_4													(_____±_____)_____
L_5													(_____±_____)_____
L_6													(_____±_____)_____
L_7													(_____±_____)_____
L_8													(_____±_____)_____
L_9													(_____±_____)_____
L_{10}													(_____±_____)_____

T (s)	σ_T (s)	Resultado de T	T^2 (s^2)	σ_{T2} (s^2)	Resultado de T^2
		(_____±_____)_____			(_____±_____)_____
		(_____±_____)_____			(_____±_____)_____
		(_____±_____)_____			(_____±_____)_____
		(_____±_____)_____			(_____±_____)_____
		(_____±_____)_____			(_____±_____)_____
		(_____±_____)_____			(_____±_____)_____
		(_____±_____)_____			(_____±_____)_____
		(_____±_____)_____			(_____±_____)_____
		(_____±_____)_____			(_____±_____)_____
		(_____±_____)_____			(_____±_____)_____

10.5. Discussão

1. Utilizando os dados da Tabela 10.1, construa em papel milimetrado o gráfico de L x T^2.
2. Comente o que você espera obter e compare sua expectativa com o resultado obtido.
3. Determine graficamente o valor do coeficiente angular e sua incerteza, comparando-o com o valor esperado.
4. O que você pode concluir em relação à dependência funcional de T com L?

11. Pêndulo de Torção

11.1. Introdução

Nesta experiência estudaremos as forças e os torques (ou momentos das forças) que aparecem em uma haste cilíndrica quando submetida a uma força perpendicular a ela, no arranjo experimental conhecido como pêndulo de torção.

Quando uma força é aplicada da maneira aqui descrita, um torque de restituição é gerado pela haste, de maneira a compensar a deformação que ela sofreu. Se ϕ é o deslocamento angular sofrido, podemos escrever o torque de restituição como:

$$\vec{\tau} = -k.\vec{\theta} \tag{11.1}$$

onde k é o coeficiente de torção e depende somente das características da haste, como por exemplo do material da qual ela é feita e de suas dimensões. Note a similaridade entre a expressão 11.1 e a lei de Hooke, bastando trocar τ por F e θ por Δx.

Suponha agora que uma barra seja presa à extremidade inferior da haste e posta para oscilar. Se o atrito puder ser desprezado, poderemos escrever para o momento angular $\vec{L}$ da barra:

$$\vec{\tau} = \frac{d\vec{L}}{dt} \tag{11.2}$$

Lembrando que I é o momento de inércia da barra, podemos escrever:

$$\vec{\tau} = I\frac{d^2\vec{\theta}}{dt^2} \tag{11.3}$$

Substituindo (11.1) em (11.3), obtêm-se uma equação de um oscilador harmônico simples, similar à obtida para o Pêndulo Simples:

$$\frac{d^2\vec{\theta}}{dt^2} + \frac{k}{I}\theta = 0 \tag{11.3}$$

Portanto, o período é dado por:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{I}{k}} \tag{11.4}$$

11.2. Objetivos

Os objetivos desta experiência são verificar a dependência entre o torque de restituição com o ângulo de deflexão da barra e verificar a dependência entre o período de oscilação de um objeto preso à barra com o momento de inércia desse objeto. O aluno aprenderá a determinar o coeficiente de torção da barra, k, por dois métodos diferentes.

11.3. Materiais e Métodos

Os materiais necessários para realização deste experimento são:

- Disco com escala em graus
- Haste com ponteiro
- Barra metálica
- Dinamômetro
- Cronômetro
- Massas aferidas
- Trena

O arranjo experimental está ilustrado na Figura 11.2.

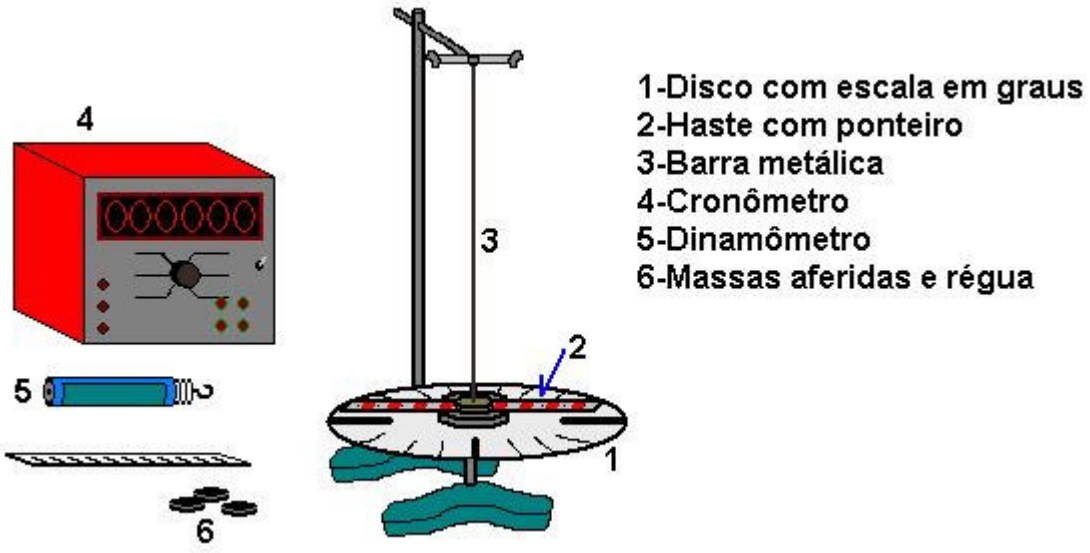


Figura 11.1: Esquema do aparato experimental. (ilustração – Flávio C.T. Maia)

1ª Parte: Determinação do coeficiente de torção (k)

Roteiro Experimental:

i. Verifique se o ponteiro da haste se encontra sobre o zero da escala. Se necessário, gire suavemente o disco até que o ponteiro coincida com o zero;
ii. Fixe o dinamômetro a distância fixa (r) do centro de rotação do sistema e anote o valor escolhido;
iii. Aplique uma força qualquer ao dinamômetro e observe o que ocorre com a barra. Como é possível calcular o torque aplicado à barra com este arranjo?
iv. Mantendo o dinamômetro sempre perpendicular à haste, meça a força necessária para girar a haste até um determinado ângulo, tomando cuidado para não torcer a haste em demasia, causando deformação permanente;
v. Retorne a haste à posição inicial e repita a medida da força, para o mesmo ângulo, mais 2 vezes;
vi. Repita os procedimentos i a v para outros 5 valores de ângulo.

2ª Parte: Dependência de T com I

Roteiro Experimental:

i. Gire a haste até um determinado ângulo, que deve ser mantido fixo durante esta parte do experimento;
ii. Ao soltar a haste, colocando-a para oscilar, meça o tempo gasto pelo sistema para completar 5 oscilações completas;
iii. Repita este procedimento outras duas vezes;
iv. Acrescente massas conhecidas, simetricamente distribuídas, sobre a haste de forma a alterar o momento de inércia do arranjo e repita as medidas do tempo dos itens ii e iii;
v. Meça a distância (r) entre as massas colocadas e o eixo de rotação do sistema;
vi. Repita os procedimentos iv e v para outros 4 valores de momento de inércia, variando a posição de colocação das massas (r).

11.4. Tabela de Dados

Tabela 11.1: Dados coletados na experiência de Pêndulo de Torção.

Primeira Parte: Determinação de k												**r= _____ cm**
	θ (°)	σ_b em θ (°)	F (N) Medida 1	F (N) Medida 2	F (N) Medida 3	**F** (N)	σ_a (N)	σ_b (N)	σ_c (N)	Resultado de F	τ (N.m)	σ_τ (N.m)	Resultado de τ
Ângulo 1										(_____±_____)_____			(_____±_____)_____
Ângulo 2										(_____±_____)_____			(_____±_____)_____
Ângulo 3										(_____±_____)_____			(_____±_____)_____
Ângulo 4										(_____±_____)_____			(_____±_____)_____
Ângulo 5										(_____±_____)_____			(_____±_____)_____
Ângulo 6										(_____±_____)_____			(_____±_____)_____

Segunda Parte: Depedência de T com l											
Ângulo (°) =					**(MANTER FIX0 DURANTE ESTA PARTE DO EXPERIMENTO)**						
	m (Kg)	σ_b em m (Kg)	Raio (cm)	σ_b em r (cm)	Tempo (s) Medida 1	Tempo (s) Medida 2	Tempo (s) Medida 3	**t** (s)	σ_a (s)	σ_b (s)	σ_c (s)	Resultado de t
m_0												(_____±_____)_____
m_1												(_____±_____)_____
m_2												(_____±_____)_____
m_3												(_____±_____)_____
m_4												(_____±_____)_____
m_5												(_____±_____)_____

T (s)	σ_T (s)	Resultado de T	T^2 (s^2)	σ_{T2} (s^2)	Resultado de T^2
		(_____±_____)_____			(_____±_____)_____
		(_____±_____)_____			(_____±_____)_____
		(_____±_____)_____			(_____±_____)_____
		(_____±_____)_____			(_____±_____)_____
		(_____±_____)_____			(_____±_____)_____
		(_____±_____)_____			(_____±_____)_____

11.5. Discussão

1ª. parte: Determinação de k

1. A partir dos dados obtidos, construa, em papel milimetrado, um gráfico do torque versus o ângulo, não esquecendo de converter o ângulo para radianos.
2. Discuta a forma do gráfico obtido e sua concordância com a previsão teórica.
3. Determine o valor do coeficiente angular do gráfico, com a sua respectiva incerteza, e, a partir dele, determine o coeficiente de torção $k \pm \sigma_k$.

2ª. parte: Dependência de T com I

Na situação em questão, chamaremos de I_0 o momento de inércia da barra sem massas adicionais. Ao acrescentarmos as massas, o momento de inércia do conjunto passa a ser:

$$I = I_0 + 2mr^2 \tag{11.5}$$

onde m é o valor da massa colocada de cada lado da barra, e r é a distância entre sua posição e o eixo de rotação da barra.

Substituindo a Equação 11.5 na Equação 11.4, têm-se:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{I_0 + 2mr^2}{k}} \tag{11.6}$$

E esta equação, por sua vez, pode ser rescrita como:

$$T^2 = (2\pi)^2 \, \frac{I_0 + 2mr^2}{k} \Longrightarrow T^2 = (2\pi)^2 \, \frac{I_0}{k} + (2\pi)^2 \, \frac{1}{k} \, 2mr^2 \tag{11.7}$$

Com base nesta análise, o tratamento dos dados será o seguinte:

1. Para cada arranjo estudado, calcule o valor do produto $2mr^2$, com sua respectiva incerteza.
2. Que tipo de curva você obterá fazendo o gráfico de T^2 versus $2mr^2$? Por quê?
3. Qual a grandeza que corresponde ao coeficiente angular deste gráfico?
4. Construa este gráfico em papel milimetrado, determine o valor do coeficiente angular e sua incerteza.
5. A partir do coeficiente angular, calcule novamente o coeficiente de torção (k) e sua respectiva incerteza.
6. Compare os valores de k obtidos nas duas partes da experiência, apresentando o valor da diferença percentual entre eles.
7. Determine o coeficiente linear do gráfico e sua incerteza.
8. A partir do coeficiente linear, encontre o valor do momento de inércia (I_0) da barra, com sua respectiva incerteza.

12. Capacidade Térmica e Calor Específico

12.1. Introdução

Nesta experiência, serão estudados os efeitos do calor sobre os corpos, e a relação entre quantidade de calor, variação de temperatura e capacidade térmica ou calor específico.

Se tivermos m gramas de uma substância cujo calor específico é c, a quantidade de calor (Q) necessária para variar sua temperatura de ΔT é:

$$Q = mc\Delta T = C\Delta T \tag{12.1}$$

onde $C = mc$ é a capacidade térmica da amostra considerada e é dada em cal/°C.

Imagine que uma amostra A, de massa m_A, de uma substância de calor específico c_A, aquecida a uma temperatura T_A, seja mergulhada em uma massa m de água contida num calorímetro, cujas paredes são adiabáticas, de capacidade térmica C. A água e o calorímetro estão inicialmente à temperatura $T_i < T_A$. Após estabelecer-se o equilíbrio térmico, o sistema atinge a temperatura T_f. Como as paredes adiabáticas não permitem trocas de calor com o exterior, a quantidade de calor perdida pela amostra será cedida à água e ao calorímetro, de modo que:

$$Q_A + Q_{água} + Q_{cal} = 0 \tag{12.2}$$

12.2. Objetivos

Os objetivos desta experiência serão determinar a capacidade térmica de um calorímetro e o calor específico de uma liga metálica.

12.3. Materiais e Métodos

Os materiais necessários para realização deste experimento são:

- Calorímetro
- Béquers diversos

- Aquecedor
- Termômetro
- Balança

1ª Parte: Determinação da capacidade térmica do calorímetro

Roteiro Experimental:

i. Meça 50 g de água, em temperatura ambiente, e coloque no calorímetro, anotando a temperatura do sistema após o equilíbrio térmico;
ii. Meça a massa do sistema completo, calorímetro + água fria;
iii. Meça 100g de água e coloque para aquecer;
iv. Retire a água do aquecedor após a temperatura ultrapassar 80°C;
v. Com o auxílio do termômetro, mecha a água para medir a temperatura de equilíbrio da água quente; (Obs: não demore muito fazendo isso, para que a temperatura da água não baixe muito)
vi. Rapidamente, abre o calorímetro, coloque a água quente e feche o calorímetro;
vii. Meça a temperatura final de equilíbrio térmico;
viii. Meça a massa do sistema completo, calorímetro + água fria + água quente, e confira se houve evaporação da massa de água quente, durante o aquecimento.
ix. ça outra porção de água (massa conhecida), meça sua temperatura, e coloque-a também no calorímetro.
x. Repita os procedimentos i a ix outras 2 vezes, anotando todos os dados na Tabela 12.1.

2ª Parte: Determinação do calor específico de uma liga metálica

Roteiro Experimental:

i. Coloque no calorímetro uma liga metálica, cuja massa deve ser aferida;
ii. Repita os procedimentos i a x da 1ª. Parte do experimento, mantendo a liga sempre dentro do calorímetro.

12.4. Tabela de Dados

Tabela 12.1: Dados coletados na experiência de Capacidade Térmica e Calor Específico.

Primeira Parte: Capacidade Térmica do Calorímetro											
	$m_{água\ fria}$ (Kg)	σ_b em m (Kg)	$T_{água\ fria}$ (°C)	σ_b em T (°C)	$m_{água\ quente}$ (Kg)	σ_b em m (Kg)	$T_{água\ quente}$ (°C)	σ_b em T (°C)	T_{final} (°C)	σ_b em T (°C)	Capacidade Térmica (cal/°C)
Medida 1											
Medida 2											
Medida 3											
Medida 4											
											Valor Médio:
Segunda Parte: Calor específico											
	$m_{água\ fria}$ (Kg)	σ_b em m (Kg)	$T_{água\ fria}$ (°C)	σ_b em T (°C)	$m_{água\ quente}$ (Kg)	σ_b em m (Kg)	$T_{água\ quente}$ (°C)	σ_b em T (°C)	T_{final} (°C)	σ_b em T (°C)	Caor Específico (cal/g.°C)
Medida 1											
Medida 2											
Medida 3											
Medida 4											
											Valor Médio:

12.5. Discussão

1ª Parte: Determinação da capacidade térmica do calorímetro

Nesta parte da experiência, haverá trocas de calor entre duas porções de água e o calorímetro, de modo que têm-se:

$$Q_{AF} + Q_{AQ} + Q_{cal} = 0 \tag{12.3}$$

onde Q_{AF} é a quantidade de calor da água fria, Q_{AQ} é a quantidade de calor da água quente e Q_{cal} é a quantidade de calor do calorímetro.

Substituindo a Equação 12.1 na Equação 12.3, têm-se:

$$\left[mc(T_f - T_i)\right]_{AF} + \left[mc(T_f - T_i)\right]_{AQ} + \left[C(T_f - T_i)\right]_{cal} = 0 \tag{12.4}$$

1. Com os dados obtidos, e usando calor específico da água = 1,0 cal/g°C, determine a capacidade térmica do calorímetro para cada um dos experimentos realizado na 1ª. Parte;
2. Considerando as incertezas instrumentais, determine, por propagação de incertezas, a incerteza associadas a cada valor de capacidade térmica determinado;
3. Considerando os três valores de Capacidade Térmica determinados, calcule o valor médio desta grandeza e o desvio padrão da média, ou seja, a incerteza do tipo A, associada a esta grandeza;
4. Como esta experiência está sujeita a muitos fatores externos que podem prejudicar seus resultados, avalie a confiabilidade dos dados antes de calcular a média, descartando valores que estejam muito destoantes.

2ª Parte: Determinação do calor específico de uma liga metálica

Aqui o procedimento é semelhante ao da primeira parte, com a diferença de que agora temos duas porções de água, o objeto metálico e o calorímetro participando das trocas de calor, de modo que a equação das trocas de calor fica:

$$Q_{AF} + Q_{AQ} + Q_{cal} + Q_{LM} = 0 \tag{12.5}$$

onde Q_{AF} é a quantidade de calor da água fria, Q_{AQ} é a quantidade de calor da água quente, Q_{cal} é a quantidade de calor do calorímetro e Q_{LM} é a quantidade de calor da liga metálica.

Substituindo a Equação 12.1 na Equação 12.5, têm-se:

$$\left[mc(T_f - T_i)\right]_{AF} + \left[mc(T_f - T_i)\right]_{AQ} + \left[C(T_f - T_i)\right]_{cal} + \left[mc(T_f - T_i)\right]_{LM} = 0 \quad (12.4)$$

1. Com os dados obtidos na 2ª. Parte do Experimento, usando calor específico da água = 1,0 cal/g°C e a capacidade térmica do calorímetro encontrada na 1ª. Parte do Experimento, determine o calor específico da liga metálica para cada um dos experimentos realizado nesta 2ª. Parte;
2. Calcule o valor médio e o desvio padrão da média para os valores de calor específico obtidos;
3. Procure valores típicos de calor específicos de metais e analise que o valor obtido está dentro do intervalo esperado;
4. Como já foi dito antes, este é um experimento muito delicado, cujos resultados nem sempre estão dentro do esperado. Discuta quais as principais fontes de erros do experimento e como elas interferem nos resultados obtidos.

13. Queda Livre

13.1. Introdução

Nesta experiência estudaremos o movimento chamado de “Queda Livre”. A queda livre, a rigor, só é verificada no vácuo. Quando, porém, dependendo do corpo que está em queda, pudermos desprezar os efeitos da resistência do ar, temos, com uma boa aproximação a “Queda Livre”.

Se ainda o movimento de queda se der em alturas próximas da superfície da terra e o movimento de rotação da Terra puder ser desconsiderado, a aceleração a que o corpo vai estar submetida será a aceleração da gravidade, que nestes casos é constante. Desta forma, deveremos ter o caso de um Movimento Retilíneo Uniformemente Acelerado cuja aceleração tem módulo g e está na vertical apontada para baixo.

Considerando o sistema de referencial de acordo com a Figura 13.1, teremos:

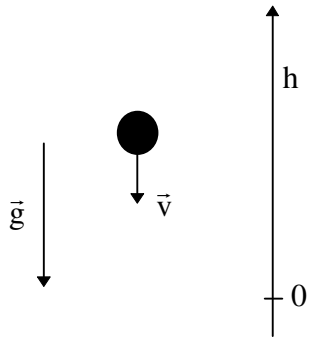


Figura 13.1: Referencial adotado para a experiência de Queda Livre.

$$h = h_0 - v_0(\mathrm{t} - t_0) - \frac{1}{2}\mathrm{g}(\mathrm{t} - t_0)^2 \qquad (13.1)$$

$$v = -v_0 - \mathrm{g}(\mathrm{t} - t_0) \qquad (13.2)$$

onde h é a altura do corpo no instante t, h_0 é a altura no instante inicial t_0, v é a velocidade no instante t e v_0 é a velocidade no instante t_0.

Quando o objeto for abandonado em uma altura h_0 no instante $t_0 = 0\ s$, a velocidade inicial será também nula e as Equações 13.1 e 13.2 se reduzem a:

$$h = h_0 - \frac{1}{2}\mathrm{gt}^2 \tag{13.3}$$

$$v = -\mathrm{gt} \tag{13.4}$$

13.2. Objetivos

O objetivo desta experiência é estudar o movimento de um corpo em Queda Livre. A partir do experimento, será determinado o valor da aceleração da gravidade local.

13.3. Materiais e Métodos

Os materiais necessários para realização deste experimento são:

- Esfera de aço
- Eletroímã
- Fonte de tensão
- Régua com marcadores
- Cronômetro digital
- Base de apoio
- Haste de sustentação
- Abraçadeiras
- Fios diversos
- Trena

O equipamento consta de um dispositivo de lançamento, normalmente um eletroímã, de uma esfera de aço que será o corpo em queda livre. O eletroímã, quando ligado, mantém a esfera presa. Ao ser desligada a alimentação do eletroímã, a esfera é abandonada ao mesmo tempo que o

cronômetro digital é disparado. A esfera atinge o sistema de trava do cronômetro na altura desejada. Desta forma podemos medir o intervalo de tempo entre o instante no qual a esfera foi abandonada até o instante na qual ela atingiu a altura em estudo.

Roteiro Experimental:

i. Ligue os equipamentos;
ii. Posicione a esfera no seu sistema de disparo;
iii. Alinhe o sistema de disparo da esfera com o sistema de trava do cronômetro;
iv. Teste o alinhamento efetuando um disparo da esfera e observando o que ocorre com o cronômetro;
v. Discuta a partir de que ponto da esfera deve ser medida a altura inicial h_0 e avalie qual a incerteza instrumental na medida das alturas;
vi. Posicione a esfera no disparador e determine a altura inicial h_0;
vii. Meça o tempo de queda da esfera;
viii. Repita 5 vezes a medida do item vii;
ix. Altere a posição do sistema de trava ou do disparador para medir o tempo de queda para mais 9 s posições ao longo da trajetória, repetindo os procedimentos vii e viii para cada altura.

13.4. Tabela de Dados

Tabela 12.1: Dados coletados na experiência de Capacidade Térmica e Calor Específico.

	h (m)	σ_b em h (m)	Tempo (s)					**t** (s)	σ_a (s)	σ_b (s)	σ_c (s)	Resultado de t
			Medida 1	Medida 2	Medida 3	Medida 4	Medida 5					
Altura 1												(_____±_____)_____
Altura 2												(_____±_____)_____
Altura 3												(_____±_____)_____
Altura 4												(_____±_____)_____
Altura 5												(_____±_____)_____
Altura 6												(_____±_____)_____
Altura 7												(_____±_____)_____
Altura 8												(_____±_____)_____
Altura 9												(_____±_____)_____
Altura 10												(_____±_____)_____

t^2 (s^2)	σ_{t2} (s^2)	Resultado de t^2
		(_____±_____)_____
		(_____±_____)_____
		(_____±_____)_____
		(_____±_____)_____
		(_____±_____)_____
		(_____±_____)_____
		(_____±_____)_____
		(_____±_____)_____
		(_____±_____)_____
		(_____±_____)_____

13.5. Discussão

1.

4. Faça um gráfico em papel milimetrado de h x t^2. Não esqueça das incertezas !!! Discuta o gráfico obtido, tendo em vista sua expectativa.

5. Obtenha do gráfico anterior o seu valor experimental da aceleração da gravidade g e compare com o valor teórico mencionado no item 7. Leia antes o apêndice B, que mostra como obter a incerteza de **g** através do gráfico.

1. Construa em papel milimetrado, o gráfico de h versus os valores médios de t. Discuta o gráfico obtido: ele está de acordo com sua expectativa?
2. Utilizando a Equação 13.3, o valor de h_0 medido no item v e o valor de $g = 9{,}78\, m/s^2$, calcule os valores de h para cada tempo médio da tabela.

   Represente estes "pontos teóricos" no mesmo gráfico do item anterior de preferência utilizando uma cor diferente. O que você pode concluir? Em que regiões você percebe as maiores e as menores discrepâncias entre a curva experimental e a curva teórica?
3. Faça um gráfico em papel milimetrado de h versus t^2. Marque as incertezas associadas a todos os pontos e, para tanto, é preciso determinar a incerteza t^2, a partir da incerteza em t, por propagação de incertezas;
4. Discuta o gráfico obtido. Está dentro do esperado?
5. A partir do gráfico de h versus t^2, determine o valor experimental da aceleração da gravidade, com incerteza. Compare este valor com o valor de $g = 9{,}78\, m/s^2$;
6. Qual o erro percentual no valor da aceleração da gravidade determinada experimentalmente?
7. Avalie quais as principais causas de erros no experimento. Que melhorias você poderia sugerir para o procedimento de medida?