

ESTUDO NUMÉRICO DO PROCESSO DE SEPARAÇÃO VIA MEMBRANAS POROSAS

Acto de Lima Cunha¹, Severino Rodrigues de Farias Neto², Antonio Gilson Barbosa de Lima³, Enivaldo Santos Barbosa⁴, Josedite Saraiva de Souza⁵

1-Federal University of Campina Grande, Centre of Science and technology, Post-Graduate of Process Engineering, Campina Grande, Brazil
actolimaacunha@yahoo.com.br

2- Federal University of Campina Grande, Centre of Science and technology, Department of Chemical Engineering, Campina Grande, Brazil
fariasn@deq.ufcg.edu.br

3- Federal University of Campina Grande, Centre of Science and technology, Department of Mechanical Engineering, Campina Grande, Brazil
gilson@dem.ufcg.edu.br

4- Federal University of Campina Grande, Centre of Science and technology, Department of Petroleum Engineering, Campina Grande, Brazil
enivaldo.sb@gmail.com

5-Federal University of Campina Grande, Centre of Science and technology, Post-Graduate of Process Engineering, Campina Grande, Brazil
eng.josedite@hotmail.com

Palavras chaves: Filtration, Porous Media, Membrane Ceramic, Numeric Simulation, CFX-3D.

RESUMO

Um dos principais problemas associados aos processos de separação por membranas é a queda de fluxo de permeado, o que limita a aplicação do processo na indústria, devido à acumulação de concentração de soluto perto da superfície da membrana (polarização por concentração). Uma quantificação exata da polarização por concentração em função das condições do processo é necessário para estimar o desempenho do sistema de forma satisfatória. Neste sentido, um estudo numérico sobre o processo de separação via membranas porosas tubulares considerando um domínio computacional bidimensional foi realizado com auxílio do software comercial ANSYS CFX 12. Um modelo matemático em regime permanente, aplicado a um fluido incompressível escoando em regime laminar através de uma membrana porosa foi desenvolvido. Os resultados numéricos mostraram que o modelo matemático utilizado foi capaz de prevê a formação e crescimento da camada limite de polarização por concentração ao longo do comprimento das membranas tubulares. Verificou-se uma diminuição da espessura da camada limite de concentração com o aumento dos números de Reynolds axial ou aumento do número de Schmidt. O aumento da pressão transmembrana devido ao aumento do número de Reynolds axial provoca uma maior concentração de soluto na superfície da membrana.

1. Introdução

Na indústria de transformação, para se chegar aos produtos finais com as especificações desejadas, é necessário separar, concentrar e purificar as espécies químicas presentes nas diferentes correntes resultantes dessas transformações. Os processos de separação com membranas (PSM) vêm ganhando espaço cada vez maior nas etapas de separação dos processos industriais. A área de tecnologia de membranas se desdobra hoje numa multiplicidade de aplicações e requer uma abordagem multidisciplinar. Sua ampla aplicação levou ao desenvolvimento de várias teorias para descrever o mecanismo de transporte durante o processo de separação. Um dos principais estudos diz respeito à formação da camada limite de concentração (concentração por polarização) de soluto na superfície da membrana. Segundo Kulkarni *et al.* (1992), Song (1998a), Baker (2004) e Habert *et al.* (2006), a polarização por concentração é um fenômeno reversível e que ocorre nos primeiros minutos de filtração, onde irá acontecer a formação de um perfil de concentração perpendicular à superfície da membrana, resultando no aumento da concentração das espécies retidas próximo à superfície da membrana. O estabelecimento de um gradiente de concentração provoca uma resistência adicional à transferência de massa, levando à diminuição do fluxo permeado.

Paris *et al.* (2002) estudaram a modelagem do fenômeno de polarização de concentração em membranas de ultrafiltração, desenvolveram um modelo bidimensional com base na resolução numérica das equações de difusão e convecção, modificando o modelo clássico de resistências em série, a fim de incluir a influência da concentração média de soluto (\bar{C}) e pressão transmembrana (ΔP) na resistência devido à concentração por polarização (R_p) ao longo do comprimento da membrana. Depois das modificações, o modelo de resistência em série, representou a influência da concentração média de soluto na resistência da camada limite de concentração por polarização. Porém, em baixas concentrações iniciais (1g/l), os resultados não foram muito satisfatórios. Em concentrações iniciais mais elevadas (>8g/l), os fluxos de permeado previstos mostraram-se em boa concordância com os resultados experimentais, e a influência da velocidade, concentração inicial, pressão transmembrana e o comprimento de membrana foram bem descritos.

Damak *et al.* (2004a) e Damak *et al.* (2004b) estudaram a modelagem de processos de separação por membrana tubular com fluxo cruzado, em condições de fluxo laminar. No estudo foram determinados os efeitos de várias condições de operação (por exemplo, o número de Reynolds axial, o número de Reynolds de parede e do número Schmidt). A modelagem matemática desenvolvida por esses autores se assemelha com a de Paris *et al.* (2002), contudo, propuseram uma forma diferente no cálculo da resistência devido à concentração por polarização (R_p), baseada na filtração frontal (dead-end filtration) e admitindo que a camada limite de concentração seja homogênea. Os autores relatam que o modelo numérico desenvolvido foi capaz de prever com sucesso os mecanismos fundamentais envolvidos no comportamento de declínio do fluxo durante a filtração tangencial e os perfis de concentração axial destacam o impacto significativo do comprimento da membrana. Os resultados numéricos mostram que um aumento do número de Reynolds axial leva a uma diminuição da espessura da camada limite de concentração local e que um número de Schmidt maior leva a uma diminuição da espessura da camada limite de concentração local. Constataram também que a evolução da espessura local da camada limite de concentração para um dado número de Reynolds de permeado depende dos valores do número de Schmidt e do número de Reynolds axial.

Pak *et al.* (2008) estudaram numericamente o fluxo tangencial em regime laminar de fluidos em membrana tubular de microfiltração. A solução numérica bidimensional das equações de Navier-Stokes, a lei de Darcy e a equação de transferência de massa foram obtidas usando a fluidodinâmica dinâmica computacional (CFD). Avaliaram o efeito de vários parâmetros físicos (por exemplo, dimensão geométrica, número de Reynolds e número de Schmidt) sobre o crescimento da camada de polarização de concentração ao longo da área da superfície da membrana. Os resultados numéricos mostram, assim como Damak *et al.* (2004a) e Damak *et al.* (2004b), que um aumento do número de Reynolds axial leva a uma diminuição da espessura local da camada de concentração, assim como o aumento do número Schmidt levou a uma diminuição da espessura local da camada limite de concentração.

Segundo Paris *et al.* (2002) e Damak *et al.* (2004b) na membrana de filtração de fluxo cruzado, o solvente é forçado a fluir através da membrana por aplicação de uma queda de pressão através da membrana permeável. A queda no fluxo do permeado está intimamente relacionada com a diminuição da força motriz e/ou com o aumento da resistência à permeação. O fenômeno de filtração, partículas presentes na corrente de alimentação são conduzidas por convecção para a superfície da membrana, acumulando-se perto dessa região, até que o equilíbrio entre o fluxo difusivo e convectivo seja atingido (Figura 1).

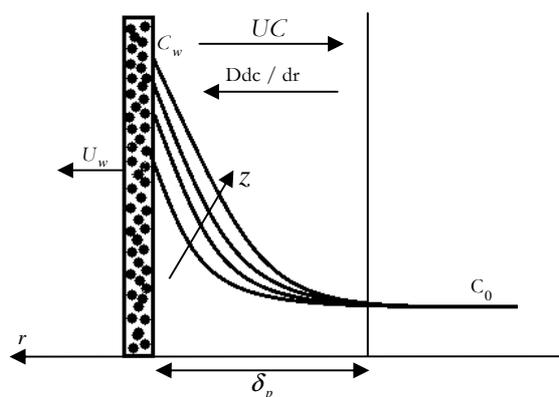


Figura 1: Formação da polarização por concentração.

Diante do exposto, este trabalho tem como objetivos estudar o fenômeno da polarização por concentração sobre a superfície de uma membrana permeável tubular, e, investigar o efeito de vários parâmetros físicos e hidrodinâmicos (número de Reynolds e números de Schmidt) sobre os perfis de concentração ao longo da superfície da membrana.

2. MÉTODOS

2.1 Problema Físico

Este trabalho trata dos fenômenos de transferência de massa em uma membrana tubular com raio R e comprimento L (Figura 3). O problema físico consiste do escoamento tangencial de uma mistura água/soluto no interior em uma membrana tubular, com uma entrada de efluente e uma saída de concentrado, sendo que o filtrado é coletado pela parede externa da membrana como ilustrado na Figura 2.

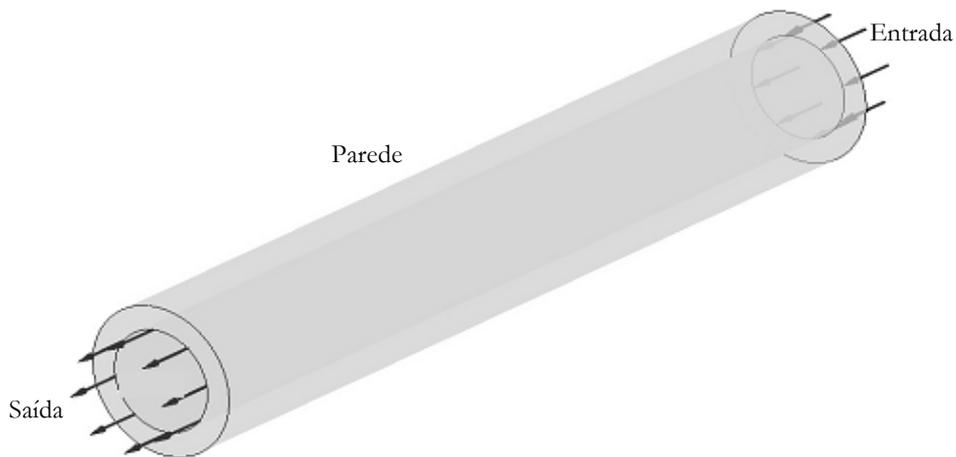


Figura 2: Detalhe do plano transversal selecionado para o estudo numérico 2D.

Devido à simetria axial da membrana tubular, foi tomada uma seção transversal da membrana cerâmica no plano (r, z) e suas dimensões estão ilustradas na Figura 3.

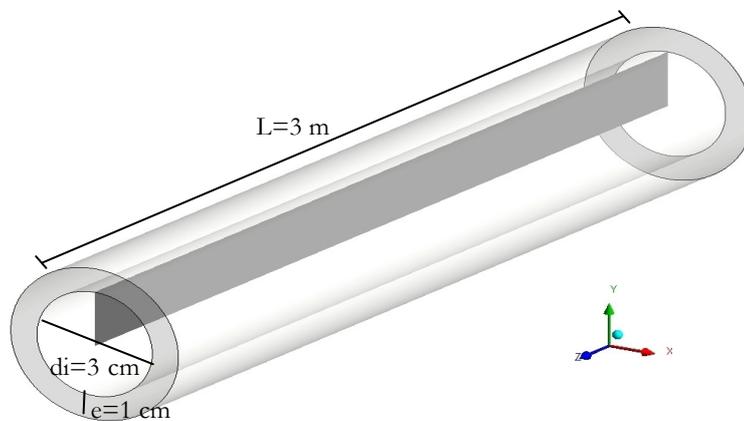


Figura 3: Detalhe do plano transversal selecionado para o estudo numérico 2D.

Ainda na Figura 3, é possível observar que o plano de estudo encontra-se na região de fluido, não abrangendo a membrana, isto por que, a influência do meio poroso (resistência do meio poroso ao escoamento) para o processo de separação, admitindo que a redução do fluxo de permeado ocorra somente devido a polarização por concentração, é adicionado à equação (16) que mede o fluxo de permeado me termos do parâmetro R_m (resistência hidráulica da membrana). A membrana considerada possui 3 m de comprimento (L), diâmetro interno (d_i) de 3 cm e espessura (e) de 1 cm. O domínio bidimensional adotado para o estudo numérico possui comprimento igual ao da membrana 3 m e raio 1,5 cm, Figura 4.

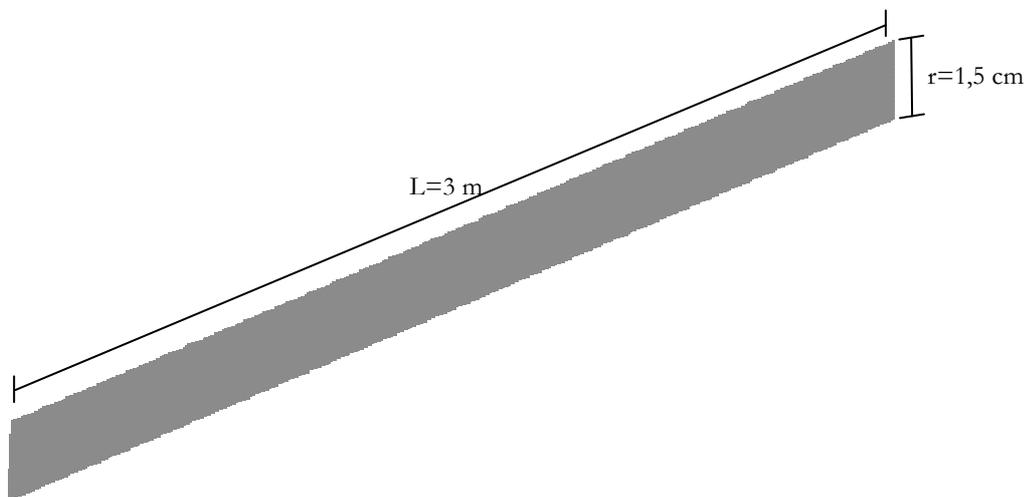


Figura 4: Dimensões do domínio de estudo bidimensional.

2.2 O Modelo Matemático

A análise é baseada nas seguintes suposições:

- O escoamento é considerado em regime laminar;
- O coeficiente de difusão do soluto é considerado constante;
- O efeito gravitacional é desprezível;
- A viscosidade e densidade do fluido são constantes e iguais às do solvente puro;
- Fluido é incompressível e condições de estado estacionário são controladas;
- Na entrada do tubo, foi considerado um perfil laminar totalmente desenvolvido e perfil de velocidade axial parabólico;
- Nenhuma condição de deslizamento é assumida na superfície da membrana;
- O escoamento é considerado como simétrico, portanto, apenas uma secção do tubo é considerada;
- A velocidade de permeação de parede é determinada a partir do modelo de resistência em série;
- A camada de concentração é considerada homogênea e a equação Carmen-Kozeny é válida.

A estrutura geométrica da membrana tubular tem uma simetria axial, por conseguinte, o estudo será realizado inicialmente no plano (r, z) . Levando em conta a suposição acima, o modelo matemático usado para descrever o escoamento no interior da região tubular da membrana corresponde às seguintes equações:

- Conservação da massa

$$\frac{1}{r} \frac{\partial r U_r}{\partial r} + \frac{\partial U_z}{\partial z} = 0 \quad (1)$$

- Conservação da Quantidade de movimento

$$\frac{\partial U_z}{\partial t} + \rho \left(U_r \frac{\partial U_z}{\partial r} + U_z \frac{\partial U_z}{\partial z} \right) = - \frac{\partial p}{\partial r} + \mu \left(\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial U_z}{\partial r} \right) + \frac{\partial^2 U_z}{\partial z^2} \right) \quad (2)$$

- Equação de transporte de massa

$$\vec{U} \cdot \nabla C = D \nabla^2 C \quad (3)$$

Na forma expandida a equação (3) pode ser escrita como:

$$U_r \frac{\partial C}{\partial r} + U_z \left(\frac{\partial C}{\partial z} \right) = D \left(\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial C}{\partial r} \right) + \frac{\partial^2 C}{\partial z^2} \right) \quad (4)$$

O Ansys CFX utiliza a seguinte forma geral da equação de transporte para uma variável adicional:

$$\frac{\partial(\rho\phi)}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \vec{U} \phi) = \nabla \cdot (\rho D_{\Phi} \nabla \phi) + S_{\phi} \quad (5)$$

onde ρ é a densidade da mistura, massa por unidade de volume, Φ é a conservação da quantidade por unidade de volume (concentração) $\phi = \Phi/\rho$ é a conservação da quantidade por unidade de massa, S_{ϕ} é um termo fonte volumétrico, com unidades de conservação de quantidade por unidade de volume por unidade de tempo e D_{Φ} é a difusividade cinemática.

Para completar a modelagem e baseando-se na Figura 5, as seguintes condições de contorno foram usadas:

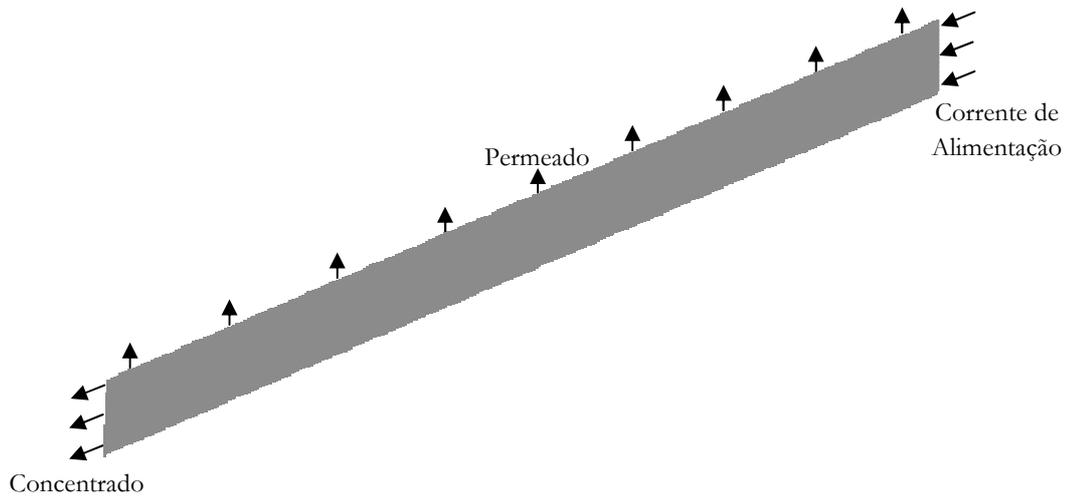


Figura 5: Representação das fronteiras da membrana.

- Na entrada do tubo poroso ($z = 0$);

Assume-se que o fluxo é hidrodinamicamente estabelecido na entrada do tubo poroso. Por conseguinte, o perfil da velocidade axial na entrada é idêntico ao perfil parabólico de Poiseuille e a componente radial da velocidade é zero. Assim sendo, pode-se escrever:

$$V(0, r) = 2V_0 \left(1 - \left(\frac{r}{R} \right)^2 \right) \quad (6)$$

$$U_r = 0 \quad (7)$$

$$P = P_0 \quad (8)$$

O líquido é alimentado para dentro do tubo numa concentração inicial C_0 , de tal forma que:

$$C = C_0 = 1000\text{ppm} \quad (9)$$

- Na saída do tubo ($L = z$);

A condição de contorno a jusante do tubo foi assumida igual pressão atmosférica ($P = 1\text{ atm}$).

- No centro do tubo ($r = 0$);

As condições de contorno sobre o eixo do tubo são as condições de simetria. São elas:

$$\frac{\partial U_z}{\partial r} = 0 \quad (10)$$

$$U_r = 0 \quad (11)$$

$$\frac{\partial C}{\partial r} = 0 \quad (12)$$

- Na parede porosa do tubo ($r = R$);

Na parede assume-se que a condição de não deslizamento é válida (velocidade axial na parede igual à zero). Desprezando-se a influência da rugosidade local, devido à natureza porosa da parede:

$$U_z = 0 \quad (13)$$

A através da parede porosa, a velocidade radial U_r é igual à velocidade de permeação U_w , então:

$$U_r = U_w \quad (14)$$

Na interface líquido/meio poroso assume-se que não há acumulação de partículas no estado estacionário, isto é, as partículas são praticamente 100% rejeitadas pela membrana. Assim sendo, pode-se escrever:

$$U_w C = D \frac{\partial C}{\partial r} \quad (15)$$

A velocidade de permeação local U_w é dada pela lei de Darcy, escrita com um modelo de resistência em série (Paris *et al.*, 2002; Damak *et al.*, 2004; Pak *et al.*, 2008):

$$U_w = \frac{\Delta P}{\mu (R_m + R_p)} \quad (16)$$

onde ΔP , R_m e R_p são, respectivamente, a pressão transmembrânica, resistência hidráulica da membrana e a resistência específica da polarização por concentração.

Se o fluido encontra-se carregado com partículas, a membrana será obstruída. Assumiu-se que o bloqueio é devido à formação de uma camada de concentração. A resistência específica da polarização por concentração é um parâmetro muito importante que afeta o fluxo de permeado.

De acordo com a filtração frontal (dead-end filtration), a resistência específica da polarização por concentração é definida como a resistência por unidade de espessura da polarização por concentração, como segue:

$$R_p = \int_{R-\delta_p}^R r_p d\delta \quad (17)$$

onde R_p é a resistência, r_p é resistência específica e δ é a espessura da camada de polarização por concentração.

Se a concentração nesta camada é assumida como sendo homogênea, a equação (17) assume a forma:

$$R_p = r_p \delta_p \quad (18)$$

A equação utilizada para determinar a variação local da espessura da camada limite de concentração por polarização foi desenvolvida por Damak *et al.* (2004b). Nesta formulação, a camada de concentração por polarização, δ_p , é aproximadamente igual à distância entre a superfície da membrana e um valor onde a concentração é próxima o suficientemente do valor de entrada da concentração, de modo que o equilíbrio entre os fluxos convectivo e difusivo é atingido quando $\frac{C - C_0}{C_0} < 0,001$. Assim, δ_p , pode ser descrita pela seguinte equação:

$$\delta_p = 2d \left(\frac{z}{d} \right)^{0,33} (\text{ReSc})^{-0,33} \text{Rew}^{-0,3} (1 - 0,4377\text{Sc}^{-0,0018} \text{Rew}^{-0,1551}) \quad (19)$$

onde d é o diâmetro interno e z representa a coordenada axial ao longo da membrana, Re é o número de Reynolds axial, Rew é o número de Reynolds do permeado na parede e Sc é o número de Schmidt.

As condições de utilização da equação (19) são tais que $\text{Sc} = 600 \sim 3200$, $\text{Re} = 300 \sim 1000$, $\text{Rew} = 0,02 \sim 0,3$, e $z/d = 0 \sim 100$. Segundo Damak *et al.* (2004b), esses parâmetros correspondem a uma sistema de separação por membranas para a ultrafiltração de líquido, baixa concentração de partículas e fluxo laminar na parede do tubo poroso.

A resistência específica r_p pode ser determinada por meio da correlação de Kozeny-Carmen, como segue:

$$r_p = 180 \frac{(1 - \epsilon_p)^2}{a_p^2 \epsilon_p^2} \quad (20)$$

onde a_p é o diâmetro médio de partícula e ϵ_p é a porosidade da camada de polarização por concentração.

A equação (20) é válida para partículas esféricas dispersas, não deformáveis e porosidade variando no intervalo $0,35 \leq \epsilon_p \leq 0,75$.

2.3 Malha 2D

A malha representativa da membrana cerâmica foi gerada de acordo com as dimensões do trabalho de Damak *et al.* (2004c). A malha resultante é apresentada na Figura 6 possuindo 77961 elementos e 160000 nós. Pode-se observar uma densidade maior de elementos na região de entrada e próxima a interface de contato da região fluida com o meio poroso. Esse refinamento é de fundamental importância no estudo numérico, tendo em vista que na parede interna da membrana ocorrerá a formação da camada limite de concentração (polarização por concentração), de pequena espessura, o que justifica um maior cuidado com a malha próxima a essa região.

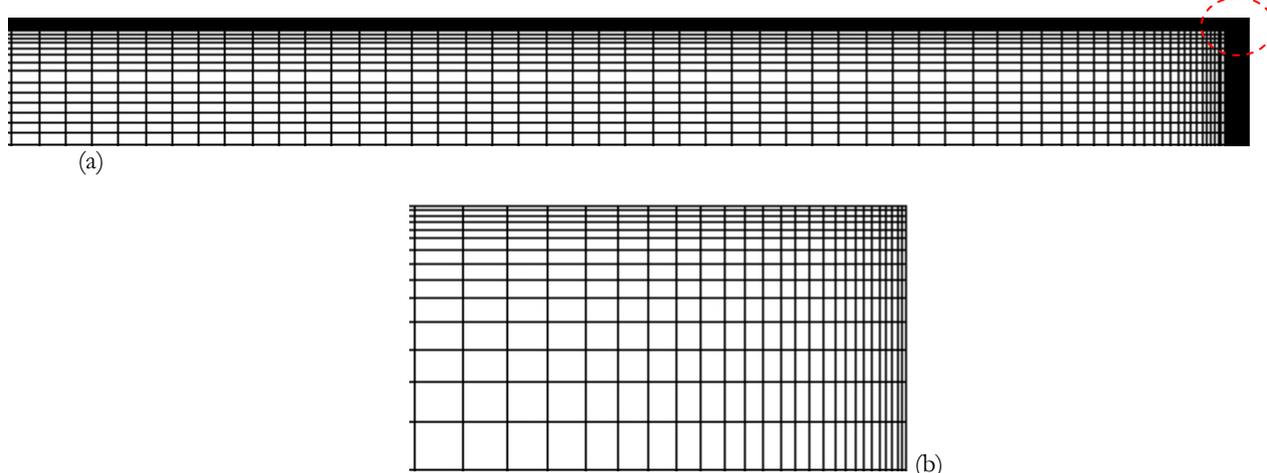


Figura 6: Malha gerada para o domínio bidimensional (a); Destaque da malha na região de entrada de efluente (b).

Outros dados importantes que foram definidos na solução do problema são aqueles relacionados com as propriedades do fluido e o meio em que este está escoando. Estas propriedades estão relacionadas na Tabela 1.

Tabela 1: Propriedades físicas e químicas dos fluidos e da membrana.

Água	Viscosidade dinâmica	50 cP (Damak <i>et al.</i> 2004a)
	Massa molar	18,02 kg/kmol (Ansys CFX)
	Densidade	997 kg/m ³ (Ansys CFX)
	Capacidade calorífica	4181,7 J/kgK (Ansys CFX)
	Condutividade térmica	0,6069 W/mK (Ansys CFX)
Membrana	Porosidade	0,35 (Damak <i>et al.</i> 2004a)
	Permeabilidade	1x10 ⁻⁸ m ² (Damak <i>et al.</i> 2004a)

As simulações foram realizadas levando em consideração que: o escoamento é laminar, estacionário e sem efeito da gravidade. O diâmetro médio da gota da fase dispersa igual utilizado foi de 63 μ m.

3. Resultados

Os perfis de concentração a seguir são apresentados e analisados para os números de Reynolds 300, 600 e 1000, e número de Schmidt 1000, 2000 e 3000. Nas Figuras 7, 8 e 9, são apresentados os perfis de concentração nas regiões de entrada, meio e saída da membrana, respectivamente, para a variação do número de Reynolds de 300, 600 e 1000 e número de Schmidt igual a 1000. As figuras mostram que há variações de concentração na região próxima a parede porosa da membrana em todos os casos analisados. Isto reflete o fato de que as partículas são transportadas por convecção para a superfície da membrana onde se acumulam. Um gradiente de concentração surge no ambiente próximo a parede porosa e induz um fluxo difusivo. Aparece, assim, uma camada de polarização muito fina na qual se localiza a variação de concentração. Numericamente isso justifica a adaptação nesta área, uma malha muito fina para obter perfis de concentração suficientemente precisos. Verifica-se que o aumento no número de Reynolds provoca uma diminuição da espessura da camada de concentração por polarização e um aumento na concentração próxima a região de interface fluido-membrana.

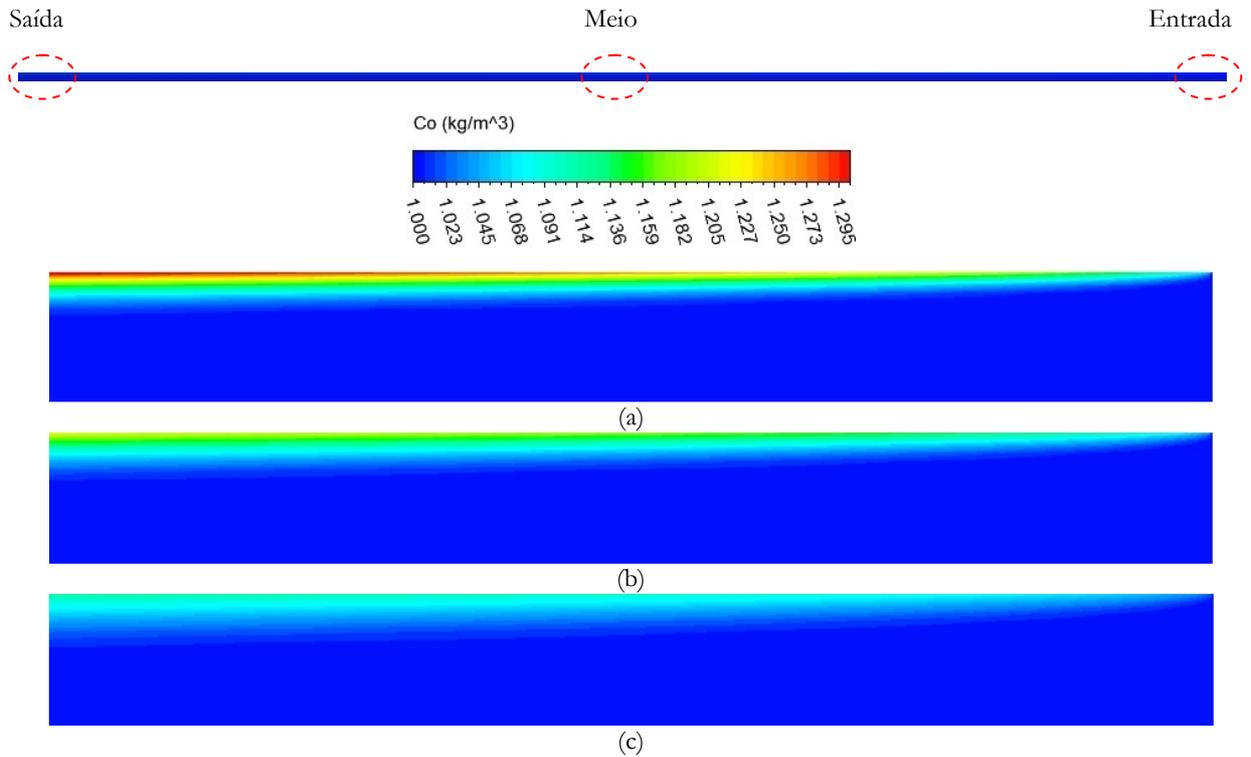


Figura 7: Espessura da camada limite de concentração e concentração de contaminante próximo à região de entrada ($Sc=1000$), (a) $Re=1000$ (b), $Re=600$ e (c) $Re=300$.

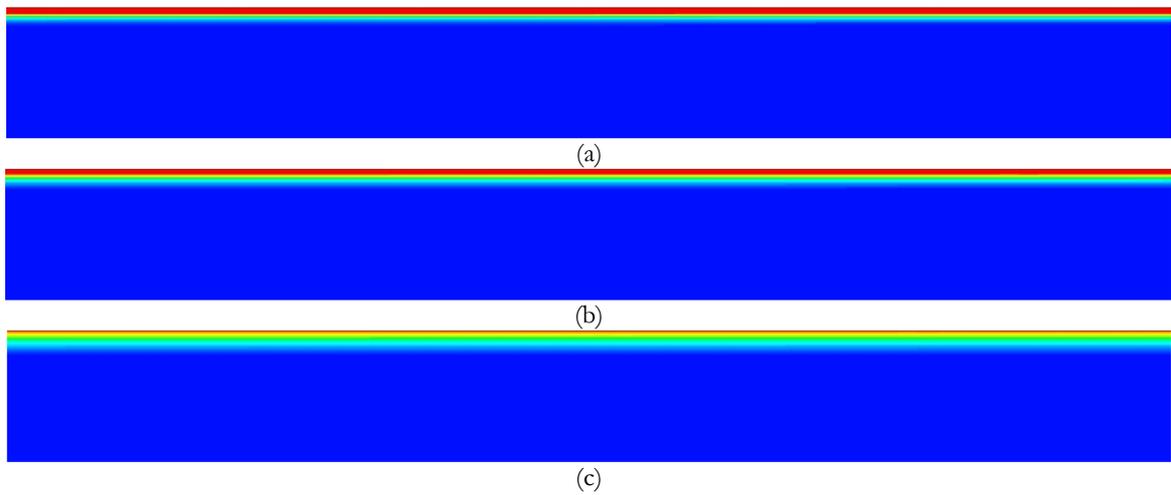


Figura 8: Espessura da camada limite de concentração e concentração de contaminante próximo ao meio da membrana ($Sc=1000$), (a) $Re=1000$ (b), $Re=600$ e (c) $Re=300$.

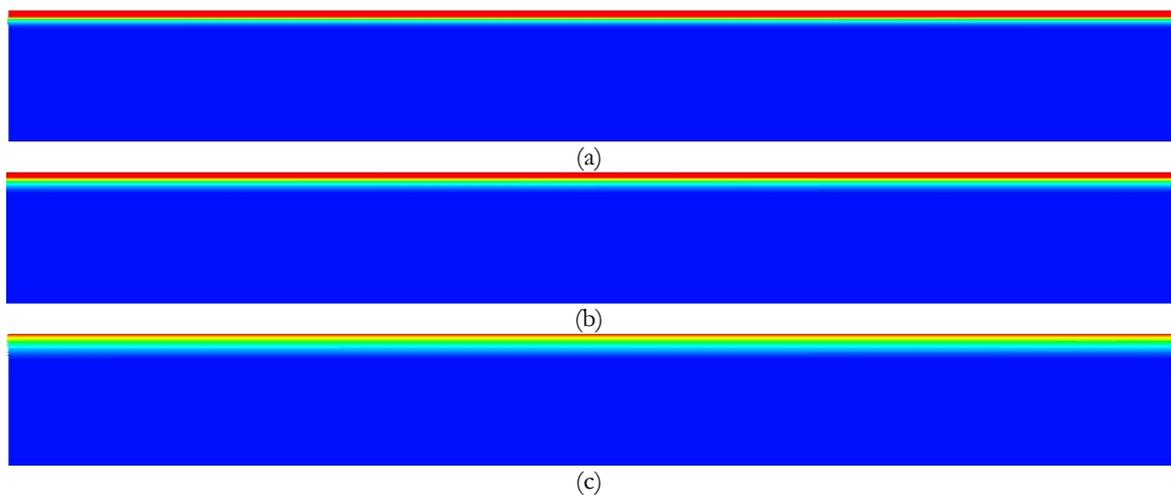


Figura 9: Espessura da camada limite de concentração e concentração de contaminante próximo à saída da membrana ($Sc=1000$), (a) $Re=1000$ (b), $Re=600$ e (c) $Re=300$.

Na Figura 10 ilustra-se o comportamento da variação da espessura da camada limite de concentração em função da distância adimensional z/d . A partir da análise desta figura é possível observar quantitativamente que o aumento do número de Reynolds provoca um aumento das tensões cisalhantes o que acarreta em uma menor espessura da camada limite de concentração, como reportado por Damak *et al.* (2004a) e Pak *et al.* (2008). Além disso, verifica-se o crescimento da camada limite de concentração com a distância axial, como esperado.

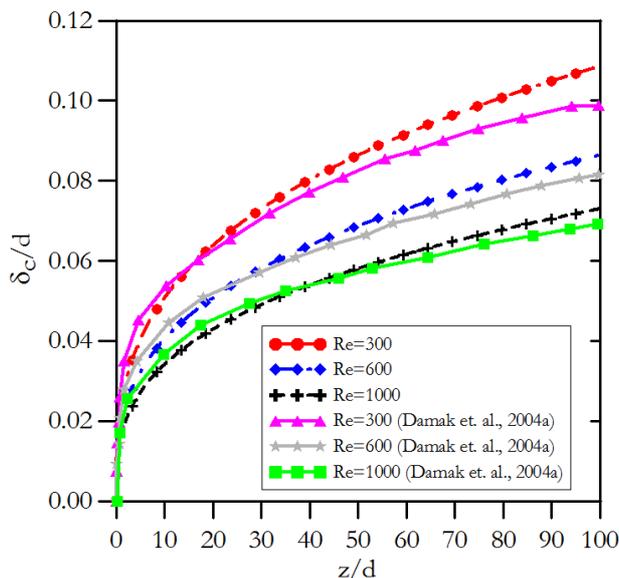


Figura 10: Variação da espessura da camada limite de concentração. ($Sc = 1000$, $Re_w = 0,1$).

A Figura 11 representa a velocidade de permeado em função da pressão transmembrana, verifica-se que o aumento no número de Reynolds axial (Re) provocou o aumento da taxa de permeado. Esse comportamento foi observado por Geraldes *et al.* (2001) em seu estudo sobre fluxo e modelagem da transferência de massa em membranas de nanofiltração. É importante ressaltar que as partículas são deslocadas por convecção para a superfície da membrana sob o efeito da pressão transmembrana, provocando um aumento na concentração na interface fluido-membrana. Porém, esse resultado mostrou-se contrário ao obtido por Damak *et al.* 2004a e Damak *et al.* 2004b (Figura 12). Essa diferença provavelmente se deve ao fato de Damak *et al.* 2004a e Damak *et al.* 2004b terem usado um perfil de velocidade para todo o domínio e ter negligenciado a queda de pressão radial.

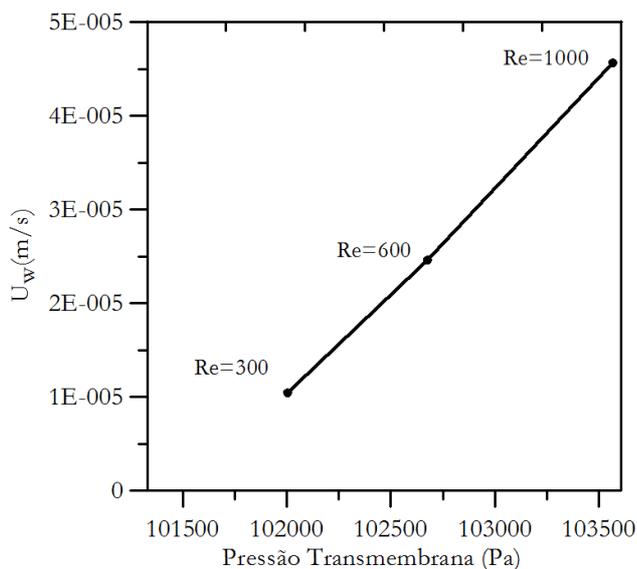


Figura 11: Velocidade de permeado em função da pressão transmembrana média.

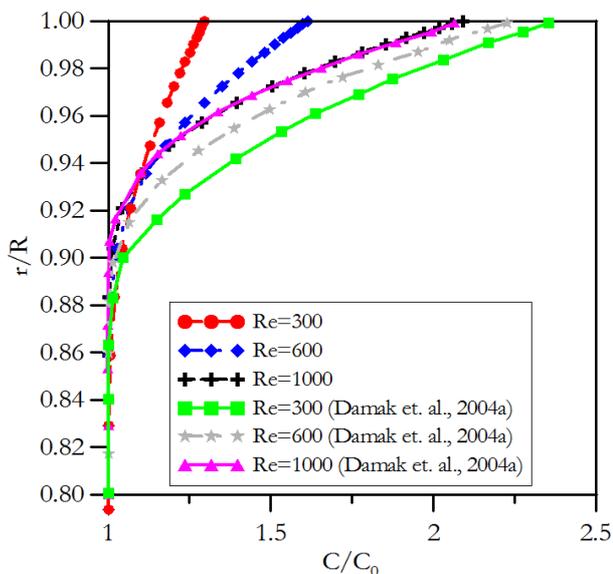


Figura 12: Efeito do número de Reynolds no perfil de concentração axial. ($Z = 50d$, $Sc = 1000$ e $Re_w = 0,1$).

Nas Figuras 13, 14 e 15, são apresentados os perfis de concentração nas regiões de entrada, meio e saída da membrana para número de Reynolds 1000 e números de Schmidt 1000, 2000 e 3000. Pode-se observar que o aumento do número de Schmidt reflete a redução na tendência das partículas de se difundir para o seio do fluxo e, conseqüentemente, redução na espessura da camada limite de concentração, aumentando a concentração na região próxima à superfície do meio poroso.

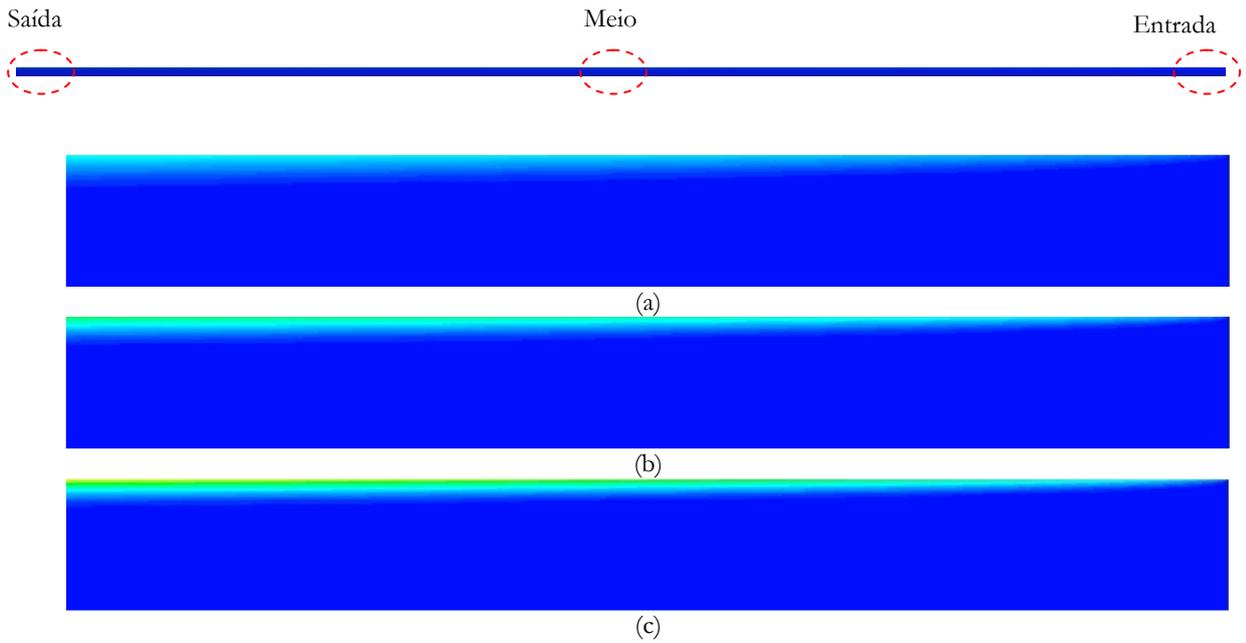


Figura 13: Espessura da camada limite de concentração e concentração de contaminante próximo à entrada da membrana ($Re = 1000$ e $Re_w=0,1$, (a) $Sc = 1000$, (b) $Sc = 2000$ e (c) $Sc = 3000$).

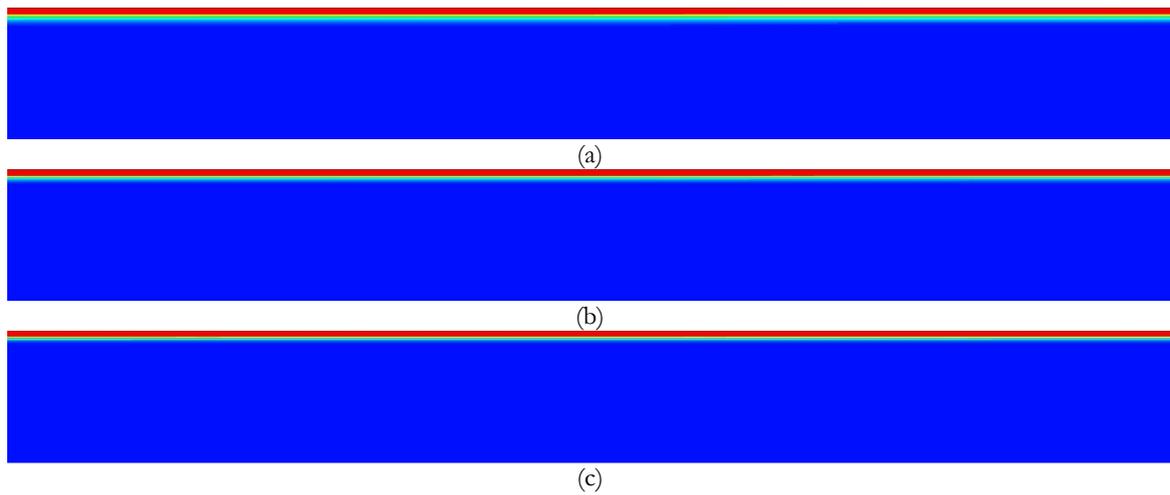


Figura 14: Espessura da camada limite de concentração e concentração de contaminante próximo ao meio da membrana ($Re = 1000$ e $Re_w=0,1$, (a) $Sc = 1000$, (b) $Sc = 2000$ e (c) $Sc = 3000$).

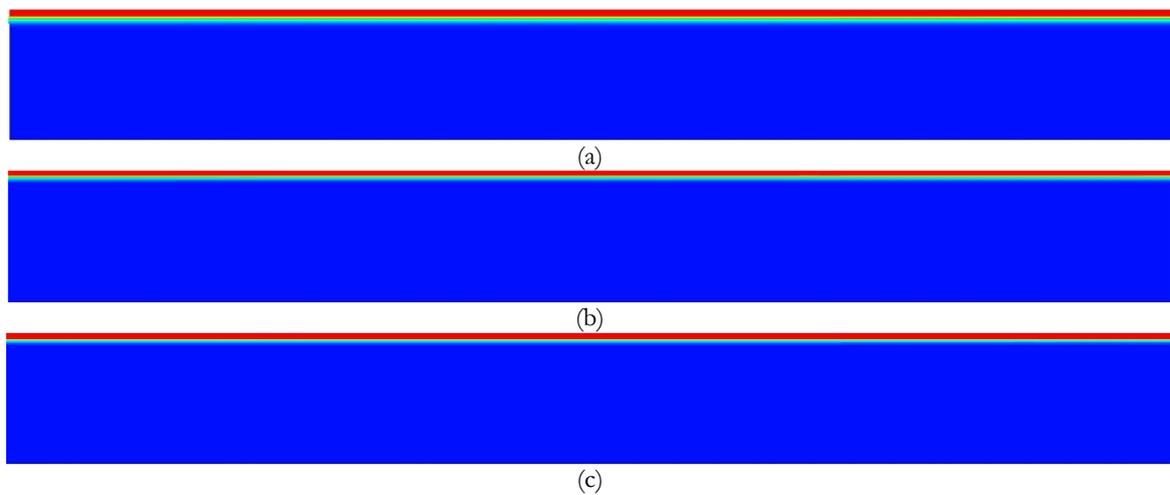


Figura 15: Espessura da camada limite de concentração e concentração de contaminante próximo à saída da membrana ($Re = 1000$ e $Re_w=0,1$, (a) $Sc = 1000$, (b) $Sc = 2000$ e (c) $Sc = 3000$).

Na Figura 16 é possível observar quantitativamente que o aumento do número de Schmidt provoca uma redução na espessura da camada limite de concentração, aumentando a concentração na interface com o meio poroso (Figura 17). Estes resultados estão de acordo com Damak *et al.* 2004b.

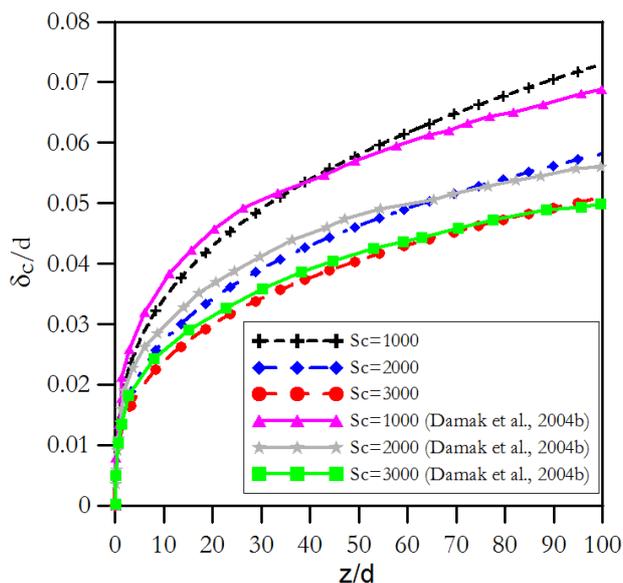


Figura 16: Variação local da espessura da camada limite de concentração ($Re = 1000$, $Re_w = 0,1$).

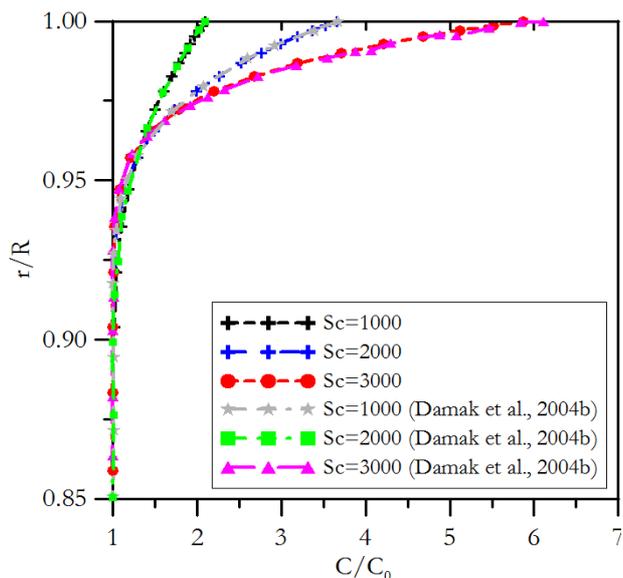


Figura 17: Efeito do número de Schmidt no perfil de concentração ($Z = 50d$, $Re = 1000$ e $Re_w = 0,1$).

4. Conclusão

Baseado nos resultados obtidos pode-se concluir que:

- O modelo numérico utilizado aqui prediz com sucesso os mecanismos fundamentais envolvidos no comportamento de declínio do fluxo de permeado durante a filtração de fluxo cruzado. É importante salientar a influência do comprimento da membrana nos perfis de concentração axial.
- Os resultados numéricos mostram que um aumento do número de Reynolds axial leva a uma diminuição da espessura da camada limite de concentração e que um número mais elevado de Schmidt leva a uma diminuição da espessura da camada limite de concentração.
- O aumento do número de Reynolds axial leva a um aumento da pressão do sistema provocando assim um aumento da pressão transmembrana o que resulta em uma maior concentração de soluto na superfície da membrana.

5. Agradecimentos

Os autores gostariam de expressar seus agradecimentos às agências brasileiras ANP/UFCG-PRH-25, CNPq, CAPES, FINEP, PETROBRAS S/A e JBR Engenharia Ltda. por apoiar este trabalho, e também são gratos aos autores das referências deste trabalho que ajudaram na melhoria da qualidade do mesmo.

6. Referências

[1] BAKER, R. W., “Membrane Technology and Applications”. Second Edition. John Wiley & Sons, ISBN: 0-470-85445-6, 2004.

[2] DAMAK, K., AYADI, A., SCHMITZ, P., ZEGHMATI, B., “Modeling of crossflow membrane separation processes under laminar flow conditions in tubular membrane”, *Desalination*, 168:231-239, 2004a.

[3] DAMAK, K., AYADI, A., ZEGHMATI, B., SCHMITZ, P., “Concentration polarisation in tubular membranes - a numerical approach”, *Desalination*, 171:139-153, 2004b.

[4] DAMAK, K., AYADI, A., ZEGHMATI, B., SCHMITZ, P., “New Navier-Stokes and Darcy’s law combined model for fluid flow in crossflow filtration tubular membranes”, *Desalination*, 161:67-77, 2004c.

[5] GERALDES, V., SEMIÃO, V., PINHO, M. N., “Flow and mass transfer modelling of nanofiltration”, *Journal of Membrane Science*, 191:109-128, 2001.

[6] HABERT, A. C.; BORGES, C. P.; NOBREGA, R., “Processos de Separação por Membranas”, Série Escola Piloto em Engenharia Química- COPPE/UFRJ, 1ª Ed, e-papers, Rio de Janeiro, 2006.

[7] KULKARNI, S. S.; FUNK, E. W.; LI, N. N., “Ultrafiltration”, In: WINSTON HO, W.S., SIRKAR, K.K., REINHOLD V.N. (Ed). *Membrane Handbook*, chapter 8. New York, 1992.

[8] PARIS, J., GUICHARDON, P., CHARBIT, F., “Transport phenomena in ultrafiltration: a new two-dimensional model compared with classical models”, *Journal of Membrane Science*, 207:43–58, 2002.

[9] PAK, A., MOHAMMAD, T., HOSSEINALIPOUR, S.M., ALLAHDINIB, V., “CFD modeling of porous membranes”, *Desalination*, 222:482-488, 2008.

[10] SONG, L. “Flux decline in crossflow microfiltration and ultrafiltration: mechanisms and modeling of membrane fouling”, *Journal of Membrane Science*, 139:183- 200, 1998.